F. Stoll **1. Übungsblatt zur Vorlesung** W. Kimmerle

Mathematische Grundlagen für das Lehramt

Winter 2013/14

Aufgabe 1.
Untersuchen Sie die folgenden sprachlichen Gebilde auf ihren Wahrheitswert:

(a) August der Starke von Sachsen hatte 1000 Kinder.

(b) Die Physik ist die Königin der Wissenschaften.

(c) Morgen wird es in Stuttgart regnen.

(d) Es gibt unendlich viele Primzahlen.

(e) Die Assistentin hat zur Anfertigung dieses Aufgabenblattes mindestens drei Stunden gebraucht.

Aufgabe 2.
Seien $p_1, p_2, \ldots, p_n, p, r, q$ Aussagenvariablen. Zeigen Sie, dass

(a) $(p \Rightarrow q) \Rightarrow ((p \wedge r) \Rightarrow (q \wedge r))$

(b) $((p \Rightarrow r) \wedge (r \Rightarrow q)) \Rightarrow (p \Rightarrow q)$

(c) $((p_1 \Rightarrow q) \wedge (p_2 \Rightarrow q) \wedge \ldots \wedge (p_n \Rightarrow q)) \Rightarrow ((p_1 \vee p_2 \vee \ldots \vee p_n) \Rightarrow q)$

Tautologien sind. Welche Beweismethode lässt sich aus c) ableiten?

Aufgabe 3.
Zwei ganze Zahlen $a, b \in \mathbb{Z}$ heißen kongruent modulo $n \in \mathbb{Z}$, falls ein $k \in \mathbb{Z}$ existiert, sodass $a = b + kn$ ist. Man schreibt $a \equiv b \mod n$. Zeigen Sie:

(a) Ist $a \equiv b \equiv 1 \mod 3$, dann ist $ab \equiv 1 \mod 3$.

(b) Es gibt unendlich viele Primzahlen p, welche $p \equiv 2 \mod 3$ erfüllen.

Aufgabe 4.
Lummerland und Schlummerland sind zwei Ritter- und Schurkeninseln, jeder Bewohner der Inseln ist ein Ritter oder ein Schurke. Ritter sagen immer die Wahrheit, während Schurken immer lügen. Auf Lummerland sagen alle Bewohner übereinstimmend: „Es gibt einen Schurken, der Gold gefunden hat.“Auf Schlummerland hingegen sagen die beiden Bewohner A und B:

A: „Wenn B ein Ritter ist, so gibt es hier kein Gold.“

B: „Wenn A ein Schurke ist, so gibt es hier kein Gold.“

Überprüfen Sie, ob die folgende Aussage wahr ist: wenn Lummerland bevölkert ist, so wurde auf Lummerland genau dann Gold gefunden, wenn es auf Schlummerland Gold gibt.

Aufgabe 5.
Ein Raumfahrer muss auf einem Planeten notlanden, dessen Bewohner sich alle als perfekte Logiker und Mathematiker entpuppen und gerne bereit sind, sein Raumschiff zu reparieren und ihr Wissen mit ihm zu teilen. Nach einer Weile findet er heraus, dass die Außerirdischen strenge Verhaltensregeln beachten. Einmal täglich treffen sich alle zum Gedankenaustausch. Begeht

einer von ihnen einen logischen Fehler in einer Beweisführung, so wächst ihm am Hinterkopf ein rotes Schandmal, das alle anderen sehen können, er selbst jedoch nicht. Aus Höflichkeit teilt ihm niemand mit, dass er ein solches Schandmal besitzt oder dass er einen Fehler begangen hat. Wenn er es dennoch herausfindet, verlässt er vor Scham in der nächsten Nacht fluchtartig den Planeten. Als das Raumschiff repariert ist, bedankt der Raumfahrer sich für die Hilfe und für die neuen mathematischen Sätze. Er weist aber darauf hin, dass in einem der Beweise ein Fehler steckt, sagt aber natürlich nicht, in welchem Beweis. Nach einigen Jahren kehrt der Raumfahrer auf den Planeten zurück. Ihm wird mitgeteilt, dass es in der 71. Nacht nach seinem Abflug zu einer Massenflucht kam, davor aber niemand geflohen war. Wieviele Außerirdische haben sich in dieser Nacht aus dem Staub gemacht - und wieso?

Seite zur Vorlesung:

http://www.iaz.uni-stuttgart.de/AbDartheo/lehre/WS2013-14/MathGrundWS1314/