

Mathematische Grundlagen für das Lehramt

Winter 2013/14

Aufgabe 43.

Sei p eine Primzahl. Zeigen Sie, dass das rationale Polynom $f(x) = 1+x+x^2+\dots+x^{p-1} = \frac{x^p-1}{x-1}$ irreduzibel ist, indem Sie die Substitution $x = u + 1$ verwenden.

Aufgabe 44.

Zeigen Sie, dass die folgenden rationalen Polynome irreduzibel sind.

(a) $x^6 + 12$

(b) $x^3 + 10x^2 + 9x - 15$

(c) $x^5 + 7x^3 + 4x^2 + 6x + 1$

Aufgabe 45.

Sei $\zeta \in \mathbb{C}$ Nullstelle eines rationalen Polynoms $f(x)$ mit $f(0) \neq 0$. Zeigen Sie, dass es ein rationales Polynom $g(x)$ gibt mit $\zeta^{-1} = g(\zeta)$.

Bemerkung: Dies braucht man um zu zeigen, dass $\mathbb{Q}(\zeta)$ ein Körper ist.