Mathematische Grundlagen für das Lehramt

Winter 2013/14

Aufgabe 7.
Gegeben sei die folgende Behauptung mit Beweis:

> Behauptung: Eine Katze hat neun Schwänze.
>
> Beweis: Keine Katze hat acht Schwänze. Eine Katze hat einen Schwanz mehr als keine Katze. Daher hat eine Katze neun Schwänze.

Wo liegt der Fehler in diesem Beweis?

Aufgabe 8.
Es seien p, q und r aussagenlogische Variablen. Formulieren Sie jeweils in konjunktiver und disjunktiver Normalform:

(a) $((p \wedge q) \Rightarrow r) \wedge ((p \wedge r) \Rightarrow q)$

(b) $(\neg p \vee q) \Rightarrow (r \Leftrightarrow \neg q)$

(c) den Junktor gegeben durch die Wahrheitstabelle

p	q	r	J
w	w	w	w
w	w	f	f
w	f	w	w
w	f	f	f
f	w	w	f
f	w	f	w
f	f	w	w
f	f	f	w

Aufgabe 9.

(a) In der Vorlesung wurde gezeigt, dass $p \wedge q$ sich als aussagenlogischer Ausdruck schreiben lässt, der nur $\overline{\vee}$ verwendet. Schreiben Sie $p \wedge q$ und $p \overline{\vee} q$ als aussagenlogischen Ausdruck, der nur $\overline{\wedge}$ verwendet.

(b) Ist $\overline{\wedge}$ assoziativ, d. h. gilt für beliebige Aussagen p, q, r $(p \,\overline{\wedge}\, q) \,\overline{\wedge}\, r <\equiv> p \,\overline{\wedge}\, (q \,\overline{\wedge}\, r)$?

Aufgabe 10.
Formulieren Sie mit Hilfe von Quantoren und Junktoren:

(a) Die Definition des Stetigkeitsbegriffes für reelle Funktionen, sowohl in der $\varepsilon - \delta -$ wie auch in der Folgen-Variante.

(b) Die natürliche Zahl n ist keine Primzahl.

(c) Es gibt eine Zahl, deren Produkt mit jeder anderen Zahl verschwindet.

(d) Nicht alle ganzen Zahlen sind positiv.

(e) Zu je zwei verschiedenen reellen Zahlen x und y gibt es eine reelle Zahl z, die zwischen x und y liegt.

(f) Die Mengen A und B sind verschieden.

Aufgabe 11.
Gegeben sei die Aussageform

$$P(x, y, z) : x + y = z$$

Welche Quantoren ($\forall, \exists, \exists!$) kann man in dem Ausdruck

$$\square_{x\in\mathbb{N}}\square_{y\in\mathbb{N}}\square_{z\in\mathbb{N}} \quad P(x, y, z)$$

für die Boxen einsetzen, damit eine wahre Aussage entsteht?