2. Klausur der Diplomvorprüfung

für **fmt, mach, tema, tpmach, verf**

Bitte beachten Sie die folgenden **Hinweise:**

- **Bearbeitungszeit:** 60 Minuten
- **Erlaubte Hilfsmittel:** Vier Seiten DIN A4 eigenhändig beschrieben.
- Bearbeitungen mit Bleistift oder Rotstift sind **nicht zulässig!**
- In den Aufgaben **1–2** sind die vollständigen Lösungswege mit allen notwendigen Begründungen anzugeben. Die Bearbeitung dieser Aufgaben nehmen Sie bitte auf gesondertem Papier vor. Beginnen Sie jede Aufgabe auf einem neuen Blatt.
- In den Aufgaben **3–4** werden nur die Endergebnisse gewertet. Diese sind in die vorgegebenen Kästen einzutragen. Nebenrechnungen sind hier nicht verlangt und werden deshalb auch nicht eingesammelt.
- Folgende Ableitungen und Stammfunktionen können Sie ohne weitere Begründung verwenden. Alle anderen Ableitungen und Stammfunktionen müssen begründet werden.

$f(x)$	x^a	e^x	$\ln\|x\|$	b^x	$\sin x$	$\frac{x}{2}-\frac{1}{2}\sin x\cos x$
$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}f(x)$	$a\cdot x^{a-1}$	e^x	$\frac{1}{x}$	$\ln b\cdot b^x$	$\cos x$	$(\sin x)^2$
$f(x)$	$\tan x$	$\arctan x$	$\sinh x$	$\cosh x$	$\cos x$	$\frac{x}{2}+\frac{1}{2}\sin x\cos x$
$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}f(x)$	$\frac{1}{(\cos x)^2}$	$\frac{1}{1+x^2}$	$\cosh x$	$\sinh x$	$-\sin x$	$(\cos x)^2$

$a\in\mathbb{R}$, $b\in\mathbb{R}^+$

- Die Prüfungsergebnisse werden voraussichtlich ab 4. April 2007 über das Studenteninformationssystem Universität Stuttgart (`https://studius.uni-stuttgart.de`) bekanntgegeben.

VIEL ERFOLG!

Hinweise für Wiederholer:

Studierende, die diese Prüfung als Wiederholungsprüfung schreiben, werden darauf hingewiesen, dass zu dieser Wiederholungsprüfung für bestimmte Fachrichtungen eine mündliche Nachprüfung gehört, es sei denn, die schriftliche Prüfung ergibt mindestens die Note 4,0.

Wiederholer, bei denen eine mündliche Nachprüfung erforderlich ist, müssen sich vom **16. 04.** bis **26. 04. 2007** bei Frau Stein (Raum V57.8.130, nur vormittags) einen Termin hierfür geben lassen. Eine individuelle schriftliche Benachrichtigung erfolgt nicht! Sie sind verpflichtet, sich rechtzeitig über das Ergebnis der schriftlichen Prüfung zu informieren und sich ggf. zum vereinbarten Zeitpunkt für die mündliche Nachprüfung bereitzuhalten.

Mit Ihrer Teilnahme an dieser Prüfung erkennen Sie diese Verpflichtungen an.

Aufgabe 1 (*6 Punkte*)

Bestimmen Sie jeweils das Taylorpolynom der Stufe 2 der folgenden Funktionen um den angegebenen Entwicklungspunkt x_0.

(a) $f : \mathbb{R} \setminus \{1\} \to \mathbb{R} : x \mapsto \dfrac{x}{x-1}$ um $x_0 = 0$.

(b) $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R} : x \mapsto 2^{x-1}$ um $x_0 = 1$.

Aufgabe 2 (*7 Punkte*) Begründen Sie, ob die folgenden Reihen und Integrale konvergieren oder divergieren.

(a) $\displaystyle\sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k \frac{1}{k}$

(b) $\displaystyle\int_2^{\infty} \frac{1}{1+x^3} \,\mathrm{d}\,x$

(c) $\displaystyle\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{k}}$

Aufgabe 3 (*9 Punkte*)

Im affinen Raum $\mathbb{R}^2$ ist die Abbildung $\alpha\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2\colon (x, y) \mapsto (3x - 2y + 1,\ 2x + y - 1)$ bezüglich des Standardkoordinatensystems $\mathbb{E}$ gegeben. Der Punkt $P = (-1, 3)$ und die Vektoren $f_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ sowie $f_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ bilden das Koordinatensystem $\mathbb{F} = (P; f_1, f_2)$.

(a) Bezüglich des Standardkoordinatensystems $\mathbb{E}$ lautet die Abbildung

$${}_{\mathbb{E}}\alpha_{\mathbb{E}}(v) = \boxed{}\,.$$

(b) Die Koordinatentransformationen von $\mathbb{F}$ nach $\mathbb{E}$ und umgekehrt lauten

$${}_{\mathbb{E}}\kappa_{\mathbb{F}}(v) = \boxed{} \qquad {}_{\mathbb{F}}\kappa_{\mathbb{E}}(v) = \boxed{}\,.$$

(c) Geben Sie eine Beschreibung von α bezüglich des Koordinatensystems $\mathbb{F}$ an.

$${}_{\mathbb{F}}\alpha_{\mathbb{F}}(v) = \boxed{}\,.$$

Aufgabe 4 (*8 Punkte*) Gegeben ist die Funktion $f : (-\rho, \rho) \to \mathbb{R}\ :\ x \mapsto \sum_{k=1}^{\infty} \frac{2^k x^k}{k}$

wobei ρ den Konvergenzradius der Potenzreihe $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{2^k x^k}{k}$ bezeichnet.

Geben Sie den Wert von ρ an:

$$\rho = \boxed{}\,.$$

Geben Sie einen geschlossenen Ausdruck für die Ableitung f' an:

$$f'(x) = \boxed{}\,.$$

Geben Sie einen geschlossenen Ausdruck für f an:

$$f(x) = \boxed{}\,.$$