Prof. Dr. C. Rohde
Fachbereich Mathematik
Universität Stuttgart

Höhere Mathematik III **Diplomvorprüfung** **4. 3. 2008**

2. Klausur

für Studierende der Fachrichtungen
el, geod, kyb

Bitte unbedingt beachten:

- Die **Bearbeitungszeit** beträgt **120 Minuten**.
- **Zugelassene Hilfsmittel:** 10 handbeschriebene DIN A4 Blätter.
- Bei den **Aufgaben 1-5** sind alle Lösungswege und Begründungen anzugeben. Die Angabe von Endergebnissen allein genügt nicht! Verwenden Sie für Ihre Bearbeitungen separate Blätter und beginnen Sie jede Aufgabe auf einem neuen Blatt.
- In dieser Klausur können bis zu **45 Punkte** erreicht werden.
- Die Prüfungsergebnisse sind über das Studenteninformationssystem der Universität Stuttgart (studIUS) zu erfragen. (https://studius.uni-stuttgart.de/)

  Wir wünschen Ihnen viel Erfolg!

Hinweise für Wiederholer:

Soweit mündliche Nachprüfungen erforderlich sein sollten, werden die nötigen Informationen zusammen mit den Prüfungsergebnissen bekannt gegeben. Eine individuelle Benachrichtigung der betreffenden Kandidatinnen und Kandidaten erfolgt nicht. Sie sind verpflichtet, sich rechtzeitig über das Ergebnis der schriftlichen Prüfung zu informieren.

Mit Ihrer Teilnahme an der Prüfung erkennen Sie diese Verpflichtungen an.

Aufgabe 1 (9 Punkte):

(a) Parametrisieren Sie folgende Fläche:
$D = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + 6y^2 = z, z \in [0, h]\}$, $h > 0$.

(b) Berechnen Sie den Einheitsnormalenvektor an D in $\left(0, \sqrt{\frac{h}{12}}, \frac{h}{2}\right)$.

Aufgabe 2 (10 Punkte): Berechnen Sie mit Hilfe des Residuensatzes

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{4 + x^4} \, dx.$$

Aufgabe 3 (8 Punkte): Betrachten Sie die Funkion

$$f(x) = 3|x - 2\pi l| + 2 \quad \text{für } x \in [(2l - 1)\pi, (2l + 1)\pi], \quad l \in \mathbb{Z}.$$

(a) Skizzieren Sie f auf dem Intervall $[-2\pi,\, 3\pi]$.

(b) Bestimmen Sie die Fourierkoeffizienten der Funktion f in komplexer und in Sinus-Cosinus-Form.

Aufgabe 4 (7 Punkte): Finden Sie die Lösung $y(x)$ des Anfangswertproblems

$$2(x + 1)e^{2y} dy + (e^{2y} - 2x)dx = 0, \qquad y(0) = 0, \qquad x > 0\,.$$

und bestimmen Sie den maximalen Definitionsbereich von $y(x)$.

Aufgabe 5 (11 Punkte):
Für eine Funktion $h : [1, \infty) \to \mathbb{R}$ ist $v : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ gegeben durch

$$v(x_1, x_2, x_3) = \begin{pmatrix} v_1(x_1, x_2, x_3) \\ v_2(x_1, x_2, x_3) \\ v_3(x_1, x_2, x_3) \end{pmatrix} = h(x_1 + x_2 + x_3) \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}.$$

(a) Berechnen Sie $\triangle v_1$, $\triangle v_2$, $\triangle v_3$.

(b) Bestimmen Sie h mit $h(1) = 1$ und $h'(1) = 1$, so dass das Vektorfeld v die Bedingung

$$\triangle v_1 + \triangle v_2 + \triangle v_3 = 0$$

erfüllt.

Hinweis: Machen Sie die Substitution $u = x_1 + x_2 + x_3$.