

## Klausur

für mach, umw, fmt, bau, immo, tema, und zugehörige Technikpädagogik

### Hinweise:

- Die **Bearbeitungszeit** beträgt **120 Minuten**.
- Bearbeitungen mit Bleistift oder Rotstift sind **nicht zulässig**.
- Erlaubte Hilfsmittel: 10 eigenhändig beschriebene Blätter DIN A4.
- Es sind vollständige Lösungswege mit allen notwendigen Begründungen abzugeben. Die Bearbeitung der Aufgaben erfolgt **auf gesondertem Papier. Jede Aufgabe ist auf einem neuen Blatt zu beginnen**.
- Die Klausureinsicht findet in der Woche vom 21. bis 25. April 2008 statt. Details hierzu werden per Aushang am Institut (bei Zimmer V 57.7.555) und auf der Internet-Seite zur Veranstaltung bekanntgegeben.  
<http://www.mathematik.uni-stuttgart.de/studium/infomat/HM-Kaltenbacher-WS0708/>
- Die Prüfungsergebnisse sind voraussichtlich ab 21. April 2008 über das Studenteninformationssystem der Universität Stuttgart (studIUS) zu erfragen.  
<https://studius.uni-stuttgart.de/>

### Wir wünschen Ihnen viel Erfolg.

#### Hinweis im Falle einer Wiederholungsprüfung

Falls diese Prüfung für Sie eine Wiederholungsprüfung ist, so ist für bestimmte Fachrichtungen in dieser Wiederholungsprüfung eine mündliche Nachprüfung eingeschlossen, wenn das Ergebnis des schriftlichen Teils schlechter als die Note 4,0 ausfällt.

Wird in Ihrem Fall eine mündliche Nachprüfung erforderlich, so vereinbaren Sie zwischen 28. und 30. April 2008 jeweils von 13.00h bis 14.00h bei Prof. Dr. B. Kaltenbacher, Zimmer V 57.8.550, Telefon 0711/685-65342, einen Termin hierfür. Eine individuelle Benachrichtigung erfolgt nicht. Sie sind verpflichtet, sich rechtzeitig über das Ergebnis der schriftlichen Prüfung zu informieren und sich gegebenenfalls zum vereinbarten Zeitpunkt für die mündliche Nachprüfung bereitzuhalten.

**Mit der Teilnahme an dieser Prüfung erkennen Sie diese Verpflichtung an.**

**Aufgabe 1:** (14 Punkte)

Mittels der Funktion

$$f: [-1, 1] \times [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}^3: (u, v) \mapsto (-u^2, -u + v, u + v)$$

wird ein Flächenstück  $S$  im Raum parametrisiert. Sei weiter

$$g: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3: (x, y, z) \mapsto (0, 0, y^2)$$

ein Vektorfeld.

Bestimmen Sie:

$$\iint_S (\operatorname{rot} g) \bullet n dO$$

**Aufgabe 2:** (23 Punkte)

Gegeben ist das folgende Differentialgleichungssystem:

$$Y' = \begin{pmatrix} 3 & -4 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} Y + \begin{pmatrix} 4e^x \\ 2e^x \end{pmatrix}$$

Bestimmen Sie den Lösungsraum.

**Aufgabe 3:** (10 Punkte)

Gegeben ist die Menge

$$B := \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 0 \leq x, 0 \leq y, y \leq x^2, y \leq -x + 2\}$$

und die Funktion  $f$  durch  $f(x, y) = x + y$  für  $(x, y) \in \mathbb{R}^2$ .

Bestimmen Sie:

$$\iint_B f(x, y) dx dy$$

**Aufgabe 4:** (13 Punkte)

Gegeben ist das Vektorfeld:

$$g: (\mathbb{R}^+)^2 \rightarrow \mathbb{R}^2: \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} 2x_1 \\ \frac{1}{2}x_2 \end{pmatrix}$$

- Stellen Sie Phasen-Differentialgleichungssysteme auf und gewinnen Sie damit ein erstes Integral  $u$  auf  $(\mathbb{R}^+)^2$ .
- Bestimmen Sie die Integralkurven des durch  $g$  gegebenen autonomen Systems.
- Verifizieren Sie durch Einsetzen, dass in der Tat  $u$  ein erstes Integral ist.