Vordiplomteilprüfung Mathematik für inf/swt 29. 02. 2008

Bitte beachten Sie die folgenden **Hinweise**:

- **Bearbeitungszeit:** 120 Minuten
- **Erlaubte Hilfsmittel: Keine**
- Die **Aufgaben 1,4 und 5** sind auf dem Aufgabenblatt zu bearbeiten, d.h. die Antworten sind in den vorgegebenen Kästen zu geben. Falsche Angaben bei Ja/Nein Fragen können mit Punktabzug bewertet werden, man sollte sich also überlegen im Zweifelsfall eine Frage nicht zu beantworten. Bei einer Aufgabe werden aber mindestens 0 Punkte erzielt.
- Die **übrigen Aufgaben** bearbeiten Sie bitte auf **zusätzlichen Blättern**. Verwenden Sie für jede Aufgabe ein neues Blatt. Bei diesen Aufgaben müssen die **Ergebnisse begründet** werden. Endergebnisse allein genügen **nicht**.

Viel Erfolg!

Name: Vorname:

Matrikelnummer: Fachrichtung:

Aufgabe:	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**
Punkte:					
Aufgabe:	**6**	**7**	**8**	**9**	$\sum$
Punkte:					

Aufgabe 1 **(3 Punkte)** Man formuliere die Negation der folgenden Aussagen:

1. Alle Deutschen mögen Bier.

2. Wenn Stuttgart absteigt, dann geht die Welt unter.

3. Es gibt einen Fußballer, dem alle Schiedsrichter unsympathisch sind.

Bemerkung: Lösungen der Form "Es gilt nicht, daß alle Deutschen Bier mögen" sind nicht gefragt.

Aufgabe 2 **(6 Punkte)** Man gebe alle invertierbaren Matrizen der Gestalt

$$\begin{pmatrix} x_1 & 1 & 1 \\ x_2 & 1 & 0 \\ x_3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

mit $x_1, x_2, x_3 \in \{0, 1\}$ an.

Aufgabe 3 **(8 Punkte)** Man bestimme für die Matrix

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -1 & -2 & 1 \\ 0 & -2 & 1 \end{pmatrix}$$

das charakteristische Polynom $P_A(\lambda)$, die Eigenwerte λ_j, $j = 1, 2, 3$, und Eigenvektoren v_j, $j = 1, 2, 3$, sowie eine Matrix M sodaß $M^{-1}AM = \text{diag}(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3)$.

Aufgabe 4 (2+3+4 Punkte) Man begründe, ob die folgenden Reihen konvergieren oder divergieren.

	Ja	Nein	Begründung
$\sum_{n=0}^{\infty} n! 3^{-n}$	☐	☐	
$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(n!)^2 2^n}{(2n)!}$	☐	☐	
$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{2n!}{(2n)^n}$	☐	☐	

Aufgabe 5 (8 Punkte) Die Funktionenfolge $(f_n)_{n\in\mathbb{N}}$ sei definiert durch

$$f_n : I_0 = [0, 100] \to \mathbb{R},\ f_n(x) = \sum_{k=1}^{n} \frac{\cos(kx)}{k e^{kx}}.$$

a) Konvergiert f_n auf I_0 gegen eine Funktion $f : I_0 \to \mathbb{R}$? (ja oder nein): ☐

Begründung: ☐

b) Man bestimme das (eindeutige) maximale Intervall $I_1 \subset I_0$ sodaß f_n auf I_1 punktweise gegen eine Funktion $f : I_1 \to \mathbb{R}$ konvergiert. $I_1 =$

c) Man bestimme ein Intervall $I_2 \subset I_0$ sodaß f_n auf I_2 gleichmäßig gegen f konvergiert. $I_2 =$

Aufgabe 6 **(6 Punkte)** Man berechne die Grenzwerte

a) $\lim\limits_{x\to 0} \frac{1-\frac{x^2}{2}-\cos x}{x \sin x}$. b) $\lim\limits_{x\to 0} x \ln x$ c) $\lim\limits_{x\to\infty} \frac{\cosh x}{e^x}$

Aufgabe 7 **(6 Punkte)** Man berechne die Stammfunktionen

a) $\int e^{-x} \cos(5x)\, dx$ b) $\int 2x \cot(x^2)\, dx$

Aufgabe 8 **(7 Punkte)** Man bestimme Lage und Art der lokalen Extrema von

$$f(x,y) = x^5 + y^5 - 5xy.$$

Aufgabe 9 **(8 Punkte)**. Man bestimme die allgemeine Lösung des Differentialgleichungssystems:

$$\begin{pmatrix} y_1' \\ y_2' \\ y_3' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & -6 & -6 \\ -1 & 4 & 2 \\ 3 & -6 & -4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{pmatrix}.$$