

Klausur der Diplomvorprüfung

für Ingenieurstudiengänge

Bitte beachten Sie die folgenden **Hinweise**:

- **Bearbeitungszeit:** 120 Minuten
- **Erlaubte Hilfsmittel:** Vier Seiten DIN A4 eigenhändig beschrieben.
- Bearbeitungen mit Bleistift oder Rotstift sind **nicht zulässig!**
- In **den Aufgaben 1 – 4** sind die vollständigen Lösungswege mit allen notwendigen Begründungen anzugeben. Die Bearbeitung dieser Aufgaben nehmen Sie bitte auf gesondertem Papier vor. Beginnen Sie jede Aufgabe auf einem neuen Blatt.
- In **den Aufgaben 5 – 6** werden nur die Endergebnisse gewertet. Diese sind in die vorgegebenen Kästen einzutragen. Nebenrechnungen sind hier nicht verlangt und werden bei der Bewertung nicht berücksichtigt.
- Folgende Ableitungen, Stammfunktionen und Funktionswerte können Sie ohne weitere Herleitung verwenden. Alle anderen Ableitungen und Stammfunktionen müssen begründet werden.

$f(x)$	x^a	e^x	$\sin x$	$\sinh x$	$\operatorname{arsinh} x$	$\arctan(x)$
$\frac{d}{dx} f(x)$	$a x^{a-1}$	e^x	$\cos x$	$\cosh x$	$\frac{1}{\sqrt{x^2 + 1}}$	$\frac{1}{1 + x^2}$
$f(x)$	b^x	$\ln x $	$\cos x$	$\cosh x$	$\operatorname{arcosh} x$	$\operatorname{artanh}(x)$
$\frac{d}{dx} f(x)$	$\ln(b) b^x$	$\frac{1}{x}$	$-\sin x$	$\sinh x$	$\frac{1}{\sqrt{x^2 - 1}}$	$\frac{1}{1 - x^2}$

$$a \in \mathbb{R}, b \in \mathbb{R}^+$$

x	$\sin(x)$	$\cos(x)$
0	0	1
$\frac{\pi}{6}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$
$\frac{\pi}{4}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$
$\frac{\pi}{3}$	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$\frac{1}{2}$
$\frac{\pi}{2}$	1	0

- Die Prüfungsergebnisse werden voraussichtlich ab 17.04.2009 über das Studenteninformationssystem Universität Stuttgart (<https://studius.uni-stuttgart.de/>) bekanntgegeben. **VIEL ERFOLG!**

Hinweise für Wiederholer:

Studierende, die diese Prüfung als Wiederholungsprüfung schreiben, werden darauf hingewiesen, dass zu dieser Wiederholungsprüfung für bestimmte Fachrichtungen eine mündliche Nachprüfung gehört, es sei denn, die schriftliche Prüfung ergibt mindestens die Note 4,0.

Wiederholer, bei denen eine mündliche Nachprüfung erforderlich ist, müssen sich vom **20.04.** bis **30.04.2009** bei Frau Stein (Raum V57.8.130, nur vormittags) einen Termin hierfür geben lassen. Eine individuelle schriftliche Benachrichtigung erfolgt nicht! Sie sind verpflichtet, sich rechtzeitig über das Ergebnis der schriftlichen Prüfung zu informieren und sich ggf. zum vereinbarten Zeitpunkt für die mündliche Nachprüfung bereitzuhalten.

Mit Ihrer Teilnahme an dieser Prüfung erkennen Sie diese Verpflichtungen an.

Aufgabe 1 (5 Punkte) Für welche $\alpha \in \mathbb{C}$ ist die folgende Matrix nicht invertierbar?

Geben Sie diese α wahlweise in der Form $\alpha = a + bi$ mit $a, b \in \mathbb{R}$ oder in der Form $\alpha = r(\cos(\varphi) + i \sin(\varphi))$ mit $r \in \mathbb{R}_0^+$ und $0 \leq \varphi < 2\pi$ an.

$$\begin{pmatrix} -1 & \alpha & 0 \\ 0 & 1 & \alpha \\ \alpha & 0 & i \end{pmatrix}$$

Aufgabe 2 (8 Punkte)

(a) Bestimmen Sie alle Lösungen der Gleichung

$$z^2 - 2z + \frac{3}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i = 0$$

in der Form $z = a + bi$ mit $a, b \in \mathbb{R}$.

(b) Bestimmen Sie die Lösungen des folgenden Gleichungssystems.

$$\begin{aligned} z\bar{z} &= 2 \\ |z - \bar{z}| + |z + \bar{z}| &= 4 \end{aligned}$$

Aufgabe 3 (10 Punkte) Gegeben ist die Funktion

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}: x \mapsto (2x^2 - 1)e^{-x^2}.$$

(a) Bestimmen Sie die Nullstellen von f sowie das Verhalten von f für $x \rightarrow \pm\infty$ und untersuchen Sie den Graphen von f auf Symmetrie.

(b) Berechnen Sie f' und f'' .

(c) Bestimmen Sie die Extremalstellen von f , sowie jeweils deren Typ und die zugehörigen Funktionswerte.

(d) Skizzieren Sie den Graphen von f .

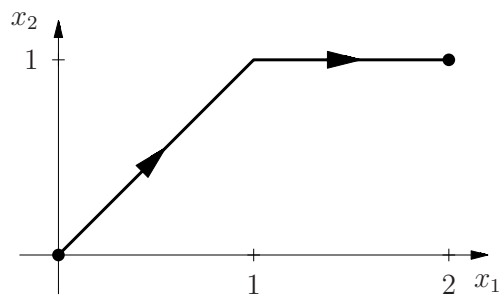
Aufgabe 4 (5 Punkte) Berechnen Sie die Rotation des Vektorfeldes

$$g: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2: \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} 1 + x_2 e^{x_1+x_2} \\ (1 + x_2)e^{x_1+x_2} \end{pmatrix}$$

und das Kurvenintegral

$$\int_K g(x) \cdot dx$$

entlang des abgebildeten Weges K von $(0,0)$ nach $(2,1)$, der aus zwei Teilstrecken besteht.



Name,

Vorname:

Matrikel-

Nummer:

Studien-

gang:

Aufgabe 5 (7 Punkte)

Bestimmen Sie für die Funktion

$$f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}: (x, y) \mapsto e^{x \cos(y)}$$

den Gradienten

$$\text{grad } f(x, y) = \begin{pmatrix} \boxed{\phantom{\text{ }}} \\ \boxed{\phantom{\text{ }}} \end{pmatrix}$$

und die Hessematrix

$$H f(x, y) = \begin{pmatrix} \boxed{\phantom{\text{ }}} & \boxed{\phantom{\text{ }}} \\ \boxed{\phantom{\text{ }}} & \boxed{\phantom{\text{ }}} \end{pmatrix}.$$

Bestimmen Sie das Taylorpolynom $T_2(f, (x, y), (0, 0))$ der zweiten Stufe für den Entwicklungspunkt $(x_0, y_0) = (0, 0)$.

$$T_2(f, (x, y), (0, 0)) =$$

Aufgabe 6 (5 Punkte)

Berechnen Sie die folgenden Grenzwerte:

$$(a) \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+2)^2 - (n-3)^2}{n+1} =$$

$$(b) \quad \lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n+1} - \sqrt{n}) =$$

$$(c) \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin(1-x)}{\sqrt{x}-1} =$$

$$(d) \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(\sin(\frac{x}{2}))^2}{x^2} =$$
