

# Statistik I für Wirtschaftswissenschaftler

Klausur am 26.02.2009, 09.00–11.00.

## Bitte unbedingt beachten:

- a) Gewertet werden alle 9 gestellten Aufgaben.
- b) Lösungswege sind anzugeben. Die Angabe des Endergebnisses allein gilt nicht als Lösung. Da *keine* Taschenrechner zugelassen sind, brauchen Zahlenrechnungen, für die man normalerweise einen Taschenrechner benutzen würde, nicht durchgeführt zu werden. Ausnahme: Zwischenergebnis, für das der Zahlenwert für die weitere Behandlung der Aufgabe unbedingt nötig ist. Dieser Zahlenwert kann aber dann durch Kopfrechnung ermittelt werden. Ein Endergebnis ist vollständig, wenn zur Ermittlung des Zahlenwertes höchstens die Ausführung der elementaren Rechenoperationen (Addition, Subtraktion, Multiplikation, Division) und die Anwendung elementarer Funktionen ( $\exp x (\equiv e^x)$ ,  $\ln x$ ,  $\log x$ ,  $\sin x$ ,  $\cos x$ ,  $\tan x$ ,  $\arcsin x$ ,  $\arccos x$ ,  $\arctan x$ ,  $x^y$ ,  $\sqrt{x}$ ,  $\sqrt[y]{x}$ ) nötig wäre. Z.B. wären  $400 \cdot (1.004^{30} - 4)$  oder  $\arctan(3.0/\sqrt{13.4})$  gültige Endergebnisse. Die Bildung von  $m!$  und des Binomialkoeffizienten z.B. gehören *nicht* zu den elementaren Rechenoperationen.
- c) Zugelassene Hilfsmittel: 10 Seiten DIN A4 mit Sätzen, Definitionen und Formeln (einschließlich begleitender Text dazu), **aber ohne Aufgaben, ohne Lösungsvorschläge von Aufgaben und auch ohne Beispiele**, Fremdsprachenwörterbücher (ohne zusätzliche Einträge).

## Weitere Hinweise:

- a) Wer mindestens 30 Punkte erreicht hat, hat bestanden.
- b) Weitere Infos finden Sie im Internet in dem File “allinfo.pdf” im Verzeichnis “[http://www.mathematik.uni-stuttgart.de/studium/infomat/WiS\\_Kolbe\\_WS0809/](http://www.mathematik.uni-stuttgart.de/studium/infomat/WiS_Kolbe_WS0809/)”.

**Aufgabe 1**

**5 Punkte**

Bei den Kleinbetrieben einer Stadt wurden die Meldung der Umsätze vom 02.01.09 in der folgenden Häufigkeitstabelle ausgewertet:

Klasse	Tagesumsatz von ... bis unter ... (Euro)	prozentuale Häufigkeit
1	0 – 400	10
2	400 – 600	20
3	600 – 800	40
4	800 – 900	30

- a) Bestimmen Sie die näherungsweise die Grenze  $g$ , für die die Tagesumsätze von 60% der Betriebe  $\geq g$  sind?
- b) Wieviel % der Betriebe haben näherungsweise einen Tagesumsatz von 450 Euro oder mehr?

**Aufgabe 2**

**7 Punkte**

5 Kleinbetriebe hatten folgende Monatsumsätze in Tausend Euro: 15, 10, 25, 40 und 30. Zeichnen Sie die Lorenz-Kurve und bestimmen Sie den normierten Gini-Koeffizienten?

**Aufgabe 3**

**6 Punkte**

In einem Betrieb wurden 2007 die Artikel C und D neu eingeführt:

Artikel	2006		2007		2008	
	Stückpreis in Euro	Stückzahl	Stückpreis in Euro	Stückzahl	Stückpreis in Euro	Stückzahl
A	20.–	1500	40.–	1500	41.–	1400
B	10.–	3000	12.–	3000	14.–	2800
C	×	—	32.–	1000	33.–	2000
D	×	—	16.–	500	18.–	800

Beschreiben Sie die Preisentwicklung (nicht bei den einzelnen Artikeln, sondern bei dem Gesamtbetrieb) von 2006 nach 2007 und von 2006 nach 2008 durch die Bestimmung je eines geeigneten Indexes.

– bitte wenden –

**Aufgabe 4**

**9 Punkte**

Bestimmen Sie die Koeffizienten  $a$  und  $b$  der exponentiellen Trendschätzfunktion  $T^*(t) = a \cdot b^t$  für die Umsatzentwicklung eines Betriebes in den Jahren 2005 bis 2008, wobei von den Umsatzdaten  $y_1, y_2, y_3$  und  $y_4$  in den einzelnen Jahren bereits die natürlichen Logarithmen gebildet wurden:

$$\ln(y_1) = 5.0, \ln(y_2) = 5.0, \ln(y_3) = 4.0, \ln(y_4) = 2.0.$$

**Aufgabe 5**

**11 Punkte**

Die Gewinndaten eines Unternehmens in den Jahren von 2006 bis 2008 seien in Halbjahreswerten angegeben:

Halbjahr	Gewinn
2006, I	4.0
2006, II	2.0
2007, I	12.0
2007, II	2.0
2008, I	12.0
2008, II	18.0

Bestimmen Sie dazu alle 6 Schätzwerte der saisonbereinigten Zeitreihe.

**Aufgabe 6**

**8 Punkte**

Zu drei Merkmalen liegen Daten aus 4 Beobachtungen vor.

$i$	1	2	3	4
$x_i$	1	1	4	6
$y_i$	6	2	-2	4
$z_i$	2	1	3	0

Geben Sie für die Regressionsebene  $z = a_1 + b_1x + c_1y$  ein lineares Gleichungssystem für  $a_1, b_1$  und  $c_1$  an. Es sind also die Elemente der Koeffizientenmatrix und die Koordinaten des Störvektors zu bestimmen. Eine Lösung des lineares Gleichungssystems ist *nicht* verlangt.

**Aufgabe 7**

**4 Punkte**

Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass bei einem Wurf mit sechs idealen Würfeln mindestens zwei Würfel die gleiche Augenzahl haben?

**Aufgabe 8**

**6 Punkte**

Eine automatische Feuermeldeanlage gebe mit der Wahrscheinlichkeit 0.970 richtigen und mit der Wahrscheinlichkeit 0.320 falschen Alarm. Die Wahrscheinlichkeit für einen Brand sei 0.005. Wie groß ist bei Feueralarm die Wahrscheinlichkeit, dass es tatsächlich brennt?

Geben Sie dabei die Ereignisse an, deren Wahrscheinlichkeiten bzw. bedingte Wahrscheinlichkeiten in die Berechnungsformel für die gesuchte Wahrscheinlichkeit eingehen.

**Aufgabe 9**

**9 Punkte**

a) Es sei  $Y$  eine diskrete Zufallsvariable, die den Wert  $(-4)$  mit der Wahrscheinlichkeit 0.2, den Wert  $(-1)$  mit der Wahrscheinlichkeit 0.3, den Wert 0 mit der Wahrscheinlichkeit 0.1 und den Wert 3 mit der Wahrscheinlichkeit 0.4 annimmt. Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit  $P(|Y - E(Y)| < 2.9)$ .

b) Bestimmen Sie die positive Konstante  $c$  so, dass

$$f(x) := \begin{cases} c \cdot x \cdot \cos x & \text{für } 0 \leq x \leq \pi/2, \\ 0 & \text{sonst,} \end{cases}$$

die Wahrscheinlichkeitsdichte einer stetigen Zufallsvariablen  $X$  ist, und bestimmen Sie den Erwartungswert und die Varianz von  $X$ .

*Hinweis:* Hilfsformeln zur Bestimmung der Integrale:

$$\frac{d}{dx} (\cos x + x \cdot \sin x) = x \cdot \cos x,$$

$$\frac{d}{dx} (x^2 \cdot \sin x - 2 \cdot \sin x + 2 \cdot x \cdot \cos x) = x^2 \cdot \cos x,$$

$$\frac{d}{dx} (x^3 \cdot \sin x + 3 \cdot x^2 \cdot \cos x - 6 \cdot \cos x - 6 \cdot x \cdot \sin x) = x^3 \cdot \cos x.$$