

**Diplomvorprüfung Höhere Mathematik I–II**

Herbst 1997

2. Klausur für Studierende der Fachrichtungen Elektrotechnik/Geodäsie  
am 02. September 1997**Bitte unbedingt beachten:**

- Verlangt und gewertet werden **alle** der folgenden 6 Aufgaben.
- Als Hilfsmittel sind 30 vom Kandidaten persönlich beschriebene Blätter zugelassen. Nicht erlaubt sind insbesondere Bücher und elektronische Rechenggeräte.
- **Falls in der Aufgabe nicht anders verlangt, sind die Lösungswege anzugeben. Eine Angabe des Endergebnisses allein genügt nicht.**

**Hinweise für Wiederholer:**

- Studierende, die diese Prüfung als Wiederholungsprüfung schreiben, werden darauf hingewiesen, daß zur Wiederholungsprüfung eine mündliche Nachprüfung gehört, es sei denn, die schriftliche Prüfung ergibt ein mindestens ausreichendes Ergebnis. Die Prüfungsergebnisse werden voraussichtlich ab 27.10.1997 durch Aushang in V57, 8. Stock, bekanntgegeben.
- Wiederholer, bei denen die Klausur mit der Note 5,0 bewertet wird, müssen sich bis 3.11.1997 im Sekretariat des 2. Lehrstuhls des Mathematischen Instituts A, V57 8–162, melden. Über die Teilnahme an der mündlichen Nachprüfung entscheidet der Prüfungsausschuß des Fachbereichs Elektrotechnik bzw. Geodäsie. Die endgültigen Termine werden dann durch Aushang bekanntgegeben. Eine individuelle schriftliche Einladung erfolgt nicht.
- Mit Ihrer Teilnahme an dieser Prüfung erkennen Sie diese Verpflichtungen an.

**Aufgabe 1****(15 Punkte)**

Geben Sie an (**Begründung ist nicht notwendig**), welche der folgenden Aussagen richtig sind:

- a)  $|X| + |Y| = |X + Y| \Rightarrow X, Y$  sind linear abhängig.
- b)  $Q = Q^{-1} \Rightarrow Q$  ist die Einheitsmatrix.
- c) Für  $f(X) = \sin r$ ,  $r = |X|$  gilt:  $\text{grad } f = \cos r$ .
- d) Jede Lösung  $x(t)$  der Differentialgleichung  $x'' + 4x' + 3x = 0$  strebt gegen 0 für  $t \rightarrow \infty$ .
- e) Die Funktion  $\exp(z)$ ,  $z \in \mathbb{C}$  ist bijektiv für  $|\text{Im } z| < 1$ .

**Aufgabe 2****(20 Punkte)**Berechnen Sie (**Angabe des Ergebnisses genügt**):

a)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos(2x)}{\sin^2(3x)}$     b)  $\frac{d}{dx} 2^{\sqrt{x}}$   
c)  $\int x \exp(x) dx$     d)  $\iiint_{x^2+y^2+z^2 \leq 1} (x^2 + y^2 + z^2) dx dy dz$

**Aufgabe 3****(15 Punkte)**Bestimmen Sie die letzte Spalte  $P$  der Drehmatrix

$$\begin{bmatrix} 4/9 & -4/9 & p_1 \\ 8/9 & 1/9 & p_2 \\ 1/9 & 8/9 & p_3 \end{bmatrix}$$

sowie Drehachse und Drehwinkel.

**Aufgabe 4****(15 Punkte)**Auf welches Viereck  $\mathcal{D}$  wird  $[0, 1]^2$  durch die Transformation

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = G(u, v) = \begin{bmatrix} 2u + uv \\ 2v - uv \end{bmatrix}$$

abgebildet? Berechnen Sie  $G'(u, v)$  und  $\iint_{\mathcal{D}} (x + y) dx dy$ .**Aufgabe 5****(20 Punkte)**

Schreiben Sie die Differentialgleichung

$$u'' = u - \frac{1}{u}$$

als System  $\begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix}' = F(u, v)$ ,  $v = u'$ . Bestimmen Sie die Fixpunkte und prüfen Sie, ob diese stabil sind. Drücken Sie  $v$  als Funktion von  $u$  aus und geben Sie die Kurven in der  $[u, v]$ -Ebene an, die durch die Fixpunkte laufen.**Aufgabe 6****(15 Punkte)**Geben Sie die Taylorentwicklung im Punkte  $z = 0$  von

$$f(z) = \frac{z}{z - i}$$

und ihren Konvergenzbereich an. Berechnen Sie  $\int_{|z|=r} f dz$  für  $r > 1$ .