

Statistik I für Wirtschaftswissenschaftler

Klausur am 03.07.2009, 14.00–16.00.

Bitte unbedingt beachten:

- a) Gewertet werden alle 9 gestellten Aufgaben.
b) Lösungswege sind anzugeben. Die Angabe des Endergebnisses allein gilt nicht als Lösung. Da *keine* Taschenrechner zugelassen sind, brauchen Zahlenrechnungen, für die man normalerweise einen Taschenrechner benutzen würde, nicht durchgeführt zu werden. Ausnahme: Zwischenergebnis, für das der Zahlenwert für die weitere Behandlung der Aufgabe unbedingt nötig ist. Dieser Zahlenwert kann aber dann durch Kopfrechnung ermittelt werden. Ein Endergebnis ist vollständig, wenn zur Ermittlung des Zahlenwertes höchstens die Ausführung der elementaren Rechenoperationen (Addition, Subtraktion, Multiplikation, Division) und die Anwendung elementarer Funktionen ($\exp x (\equiv e^x)$, $\ln x$, $\log x$, $\sin x$, $\cos x$, $\tan x$, $\arcsin x$, $\arccos x$, $\arctan x$, x^y , \sqrt{x} , $\sqrt[y]{x}$) nötig wäre. Z.B. wären $400 \cdot (1.004^{30} - 4)$ oder $\arctan(3.0/\sqrt{13.4})$ gültige Endergebnisse. Die Bildung von $m!$ und des Binomialkoeffizienten z.B. gehören *nicht* zu den elementaren Rechenoperationen.
c) Zugelassene Hilfsmittel: 10 Seiten DIN A4 mit Sätzen, Definitionen und Formeln (einschließlich begleitender Text dazu), **aber ohne Aufgaben, ohne Lösungsvorschläge von Aufgaben und auch ohne Beispiele**, Fremdsprachenwörterbücher (ohne zusätzliche Einträge).

Weitere Hinweise:

- a) Wer mindestens 30 Punkte erreicht hat, hat bestanden.
b) Weitere Infos finden Sie im Internet in dem File “allinfo.pdf” im Verzeichnis “http://www.mathematik.uni-stuttgart.de/studium/infomat/WiS_Kolbe_WS0809/”.

Aufgabe 1

4 Punkte

Vorgeben sei folgende Zeitreihe:

$t_i = i$	1	2	3
y_i	10	5	4

Bestimmen Sie zu dieser Zeitreihe die Trendschätzwerte der exponentiellen Glättung

- a) mit $\alpha = 0.4$,
b) mit $\alpha = 0.6$.

Aufgabe 2

7 Punkte

Bei den Kleinbetrieben einer Stadt wurden die Meldung der Umsätze vom 02.01.08 in der folgenden Häufigkeitstabelle ausgewertet:

Klasse	Tagesumsatz von ... bis unter ... (Euro)	prozentuale Häufigkeit
1	0 – 300	10
2	300 – 600	10
3	600 – 900	50
4	900 – 1000	30

- a) Zeichnen Sie das Histogramm.
- b) Unter welchem Wert liegen näherungsweise die Tagesumsätze für 25% der Betriebe.

Aufgabe 3

5 Punkte

In einem Betrieb wurde 2006 Artikel B durch Artikel B' ersetzt:

Artikel	2006		2007		2008	
	Stückpreis in Euro	Stückzahl	Stückpreis in Euro	Stückzahl	Stückpreis in Euro	Stückzahl
A	40.-	3000	60.–	2500	55.–	2800
B	30.–	2000	50.–	1500	×	—
B'	×	—	60.–	1000	62.–	2000

Beschreiben Sie die Preisentwicklung (nicht bei den einzelnen Artikeln, sondern bei dem Gesamtbetrieb) von 2006 nach 2007 und von 2006 nach 2008 durch die Bestimmung je eines geeigneten Indexes.

Aufgabe 4

12 Punkte

Zu zwei Merkmalen liegen Daten aus 5 Beobachtungen vor:

i	1	2	3	4	5
x_i	-2	2	3	2	-1
y_i	1	0	1	2	2

Bestimmen Sie für beide Regressionsgeraden

$$y = a_1 + b_1x \quad \text{und} \quad x = a_2 + b_2y$$

die Koeffizienten a_1, b_1, a_2, b_2

Aufgabe 5

6 Punkte

Die Umsatzdaten eines Unternehmens seien in Quartalswerten y_i angegeben, und zwar ab dem 1.Quartal 2006. Die ersten 5 Werte der Zeitreihe (beginnend also mit dem 1.Quartal 2005) sind $y_1 = 9, y_2 = 1, y_3 = 5, y_4 = 1, y_5 = 1$. Zur Vorbereitung der Schätzung der Saisonnormale wurden von den Werten y_i – soweit möglich – die zugehörigen Werte des gleitenden Durchschnitts abgezogen, was dann folgende Differenzen d_i (in Mio.Euro) ergab:

Jahr	Quartal			
	I	II	III	IV
2006	×	×	2	2
2007	6	-4	2	6
2008	4	-2	×	×

Bestimmen Sie dazu die ersten 5 Schätzwerte (beginnend also mit dem 1.Quartal 2006) der saisonbereinigte Zeitreihe.

Aufgabe 6

7 Punkte

- a) Für ein neu einzurichtendes Schreibbüro sollen aus 50 Bewerberinnen 4 Schreibkräfte gleichzeitig ausgewählt werden.
- a₁) Auf wieviele Arten ist das möglich?
- a₂) Wieviele Auswahlmöglichkeiten gibt es, wenn zwei der 50 Bewerberinnen aus gesetzlichen Gründen eingestellt werden müssen?
- b) Jemand verschenkt 4 gleiche Briefmarken an 9 Personen. Dabei kann also jede Person keine, eine oder mehr als eine Briefmarke bekommen. Wieviele verschiedene Möglichkeiten gibt es, die 4 Briefmarken zu verschenken?

Aufgabe 7

6 Punkte

In einer Dose befinden sich 30 Schrauben. Sie wählen zufällig viermal eine Schraube mit Zurücklegen aus.

- a) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass Sie mindestens eine der Schrauben mehr als einmal auswählen?
- b) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass Sie dreimal dieselbe Schraube auswählen?

Aufgabe 8

10 Punkte

Drei Versicherungsgesellschaften einer Region bieten Kapital–Lebensversicherungen und Risiko–Lebensversicherungen an und nur diese beiden Versicherungen. Jeder neue Lebensversicherungsvertrag wird mit genau einer der drei Gesellschaften abgeschlossen, mit Wahrscheinlichkeit 0.20 mit Versicherungsgesellschaft 1 und mit Wahrscheinlichkeit 0.50 mit Versicherungsgesellschaft 2. Die Wahrscheinlichkeit, dass eine ...

... mit Gesellschaft 1 neu abgeschlossene Lebensversicherung eine Kapital–Lebensversicherung ist, sei 0.50.

... mit Gesellschaft 2 neu abgeschlossene Lebensversicherung eine Kapital–Lebensversicherung ist, sei 0.60.

... mit Gesellschaft 3 neu abgeschlossene Lebensversicherung eine Kapital–Lebensversicherung ist, sei 0.40.

- a) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass eine neu abgeschlossene Lebensversicherung eine Risiko–Lebensversicherung ist?
- b) Ein zufällig ausgewählter Versicherungsnehmer schließt eine Kapital–Lebensversicherung ab. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass er sie mit Gesellschaft 1 abschließt?
- c) Ein zufällig ausgewählter Versicherungsnehmer schließt eine Risiko–Lebensversicherung ab. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass er sie *nicht* mit Gesellschaft 3 abschließt?

Geben Sie dabei auch die Ereignisse an, von denen Wahrscheinlichkeiten bzw. bedingte Wahrscheinlichkeiten bestimmt oder verwendet werden.

Aufgabe 9

9 Punkte

- a) Es sei Y eine diskrete Zufallsvariable, die die Werte (-3) und $(+3)$ jeweils mit Wahrscheinlichkeit 0.2 die Werte (-2) und $(+2)$ jeweils mit Wahrscheinlichkeit 0.1 und den Wert 0 mit Wahrscheinlichkeit 0.4 annimmt. Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit $P(-2 \leq Y < 3)$
- b) Bestimmen Sie die positive Konstante c so, dass

$$f(x) := \begin{cases} c \cdot x \cdot \sin x & \text{für } 0 \leq x \leq \pi, \\ 0 & \text{sonst,} \end{cases}$$

die Wahrscheinlichkeitsdichte einer stetigen Zufallsvariablen X ist, und bestimmen Sie den Erwartungswert und die Varianz von X .

Hinweis: Hilfsformeln zur Bestimmung der Integrale:

$$\frac{d}{dx} (\sin x - x \cdot \cos x) = x \cdot \sin x, \quad \frac{d}{dx} (-x^2 \cdot \cos x + 2 \cdot \cos x + 2 \cdot x \cdot \sin x) = x^2 \cdot \sin x,$$

$$\frac{d}{dx} (-x^3 \cdot \cos x + 3 \cdot x^2 \cdot \sin x - 6 \cdot \sin x + 6 \cdot x \cdot \cos x) = x^3 \cdot \sin x.$$