

Diplomvorprüfung Höhere Mathematik III

Herbst 1998

2. Klausur für Studierende der Fachrichtung Elektrotechnik
am 1. September 1998**Bitte unbedingt beachten:**

- Verlangt und gewertet werden **alle** der folgenden 6 Aufgaben. (Bearbeitungszeit: 120 Minuten).
- Als Hilfsmittel sind 30 vom Kandidaten persönlich beschriebene Blätter zugelassen. Nicht erlaubt sind insbesondere Bücher und elektronische Rechenggeräte.
- **Falls in der Aufgabe nicht anders verlangt, sind die Lösungswege anzugeben. Eine Angabe des Endergebnisses allein genügt nicht.**

Hinweise für Wiederholer:

- Studierende, die diese Prüfung als Wiederholungsprüfung schreiben, werden darauf hingewiesen, daß zur Wiederholungsprüfung eine mündliche Nachprüfung gehört, es sei denn, die schriftliche Prüfung ergibt ein mindestens ausreichendes Ergebnis. Die Prüfungsergebnisse werden voraussichtlich ab 26. 10. 1998 durch Aushang in V57, 8. Stock, bekanntgegeben.
- Wiederholer, bei denen die Klausur mit der Note 5,0 bewertet wird, müssen sich bis zum 6. 11. 1998 im Sekretariat des 2. Lehrstuhls des Mathematischen Instituts A, V57 8–162 einen Termin für die mündliche Nachprüfung geben lassen. Eine individuelle schriftliche Einladung erfolgt nicht. Sie sind verpflichtet, sich zu den angegebenen Terminen über das Ergebnis der schriftlichen Wiederholungsprüfung zu informieren und sich gegebenenfalls zu dem vereinbarten Zeitpunkt für die mündliche Nachprüfung bereitzuhalten.
Bei Wiederholern der Fachrichtung Elektrotechnik (neue PO) entscheidet der Prüfungsausschuß des Fachbereichs Elektrotechnik über die Teilnahme an der mündlichen Nachprüfung.
- Mit Ihrer Teilnahme an dieser Prüfung erkennen Sie diese Verpflichtungen an.

Aufgabe 1**(15 Punkte)**

Geben Sie an, welche der folgenden Aussagen richtig und welche falsch sind.

(Begründung ist nicht notwendig.)

- a) Die Differentialgleichung $x'' = x$ besitzt nichttriviale polynomiale Lösungen.
- b) Das Vektorfeld $F(X) = Y \times X$ ist quellenfrei.
- c) Ein ebenes lineares Feld $F(X) = AX$ besitzt eine Stromfunktion.
- d) Ist $F(X) \parallel [0, 0, 1]$, so ist der Fluß von $\operatorname{rot} F$ durch die Halbkugeloberfläche $\mathcal{H} : |X| = 1, x_3 \geq 0$ gleich Null.
- e) Die Fouriertransformation einer geraden reellen Funktion ist reell.

Aufgabe 2**(20 Punkte)**

Berechnen Sie

$$\text{a) } \int_0^{2\pi} \frac{dt}{2 + \exp(it)}, \quad \text{b) } \oint_{|z-1|=1} \frac{dz}{z^2 - 1}, \quad \text{c) } \int_{\mathbb{R}} \frac{dx}{x^2 - i}, \quad \text{d) } \int_{\mathbb{R}} \frac{\exp(2ix)}{x - 3i} dx.$$

Aufgabe 3**(15 Punkte)**

Lösen Sie die Differentialgleichung

$$x'' + \frac{2}{t}x' + x = 0$$

mit dem Ansatz $x(t) = \sum_{j=0}^{\infty} c_j t^{\lambda+j}$. Bestimmen Sie dazu die charakteristischen Exponenten λ_j , die Rekursion für die Koeffizienten und die explizite Form der zugehörigen Lösungen.

Aufgabe 4**(15 Punkte)**Für welche $a \in \mathbb{R}$ besitzt das Vektorfeld

$$F(x, y) = [axy - 3x^2y^2, 2xy^3 - y^2]^t$$

eine Stromfunktion ψ mit $F = \text{rot } \psi = [\psi_y, -\psi_x]$?

Bestimmen Sie ψ und berechnen Sie für alle a den Fluß von F durch den Rand des Dreiecks mit den Eckpunkten $(0, 0)$, $(2, 0)$, $(0, 1)$ nach außen.

Aufgabe 5**(20 Punkte)**

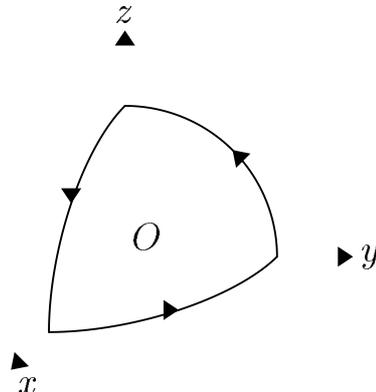
Berechnen Sie die Rotation des Vektorfeldes

$$F = \left[(xy)^{1+z}, 0, z^{(1+xy)} \right]^t, \quad x, y, z \geq 0$$

sowie mit Hilfe des Satzes von Stokes den Fluß von $\text{rot } F$ durch den im positiven Oktanten liegenden Teil der Kugeloberfläche

$$\mathcal{S} : x^2 + y^2 + z^2 = 1, \quad x, y, z \geq 0;$$

in Richtung der äußeren Kugelnormale.

**Aufgabe 6****(15 Punkte)**

Bestimmen Sie mit Hilfe komplexer Integration die Fouriertransformation von

$$f(x) = (x - i)^{-2} \quad \text{sowie das Integral} \quad \int_{\mathbb{R}} |f(x)|^2 dx.$$