Klausur

für bau, ernen, fmt, tema, umw, geod, mach, medtech, verf, verk

Hinweise:

- Die **Bearbeitungszeit** beträgt **120 Minuten**.
- Bearbeitungen mit Bleistift oder Rotstift sind **nicht zulässig**.
- Erlaubte Hilfsmittel: 4 eigenhändig handbeschriebene Seiten DIN A4.
- Es sind vollständige Lösungswege mit allen notwendigen Begründungen abzugeben. Die Bearbeitung der Aufgaben erfolgt **auf gesondertem Papier. Jede Aufgabe ist auf einem neuen Blatt zu beginnen.**
- Die Klausureinsicht findet voraussichtlich in der Woche vom 20. bis zum 24. Oktober 2014 statt. Details hierzu werden auf der Internet-Seite zur Veranstaltung bekanntgegeben. http://www.mathematik.uni-stuttgart.de/studium/infomat/HM-Knarr-WS1314/
- Die Prüfungsergebnisse können voraussichtlich ab dem 6. Oktober 2014 über das Online-Portal LSF der Universität Stuttgart erfragt werden. https://lsf.uni-stuttgart.de/

Wir wünschen Ihnen viel Erfolg.

Hinweis im Falle einer Wiederholungsprüfung

Falls diese Prüfung für Sie eine Wiederholungsprüfung ist, so ist für bestimmte Fachrichtungen in dieser Wiederholungsprüfung eine mündliche Nachprüfung eingeschlossen, wenn das Ergebnis des schriftlichen Teils schlechter als die Note 4,0 ausfällt.

Wird in Ihrem Fall eine mündliche Nachprüfung erforderlich, so müssen Sie am Montag, dem 27. Oktober, oder Dienstag, dem 28. Oktober, jeweils von 14 bis 16 Uhr bei Herrn Dr. Fernando Gaspoz, Zimmer V57.7.154, **persönlich** einen Termin dafür vereinbaren. Eine individuelle Benachrichtigung erfolgt nicht. Sie sind verpflichtet, sich rechtzeitig über das Ergebnis der schriftlichen Prüfung zu informieren und sich gegebenenfalls zum vereinbarten Zeitpunkt für die mündliche Nachprüfung bereitzuhalten.

Mit der Teilnahme an dieser Prüfung erkennen Sie diese Verpflichtung an.

Aufgabe 1: *(4 Punkte)*
Es sei $K = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2+y^2 \leq 1\}$. Bestimmen Sie $\iint\limits_K \sin(x^2+y^2)dxdy$.

Aufgabe 2: *(6 Punkte)*

(a) (2 Punkte) Sei $h(x,y,z) = \begin{pmatrix} \sin(z^2) \\ x^{10} - z + 2y \\ xy \end{pmatrix}$. Bestimmen Sie $\operatorname{rot} h$ und $\operatorname{div} h$.

(b) (4 Punkte) Es seien die Flächenstücke $T = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2+y^2-z^2 = 0\ ,\ 0 \leq z \leq 1\}$ und $D = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2+y^2 \leq 1,\ z = 1\}$ gegeben.
Bestimmen Sie den Ausfluss $A(h, T \cup D) = \iint\limits_{T \cup D} h \cdot n dO$.

Aufgabe 3: *(10 Punkte)*
Sei $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$.

(a) (1 Punkt) Bestimmen Sie alle Eigenwerte von A.

(b) (2 Punkte) Bestimmen Sie zu jedem Eigenwert einen Eigenvektor von A.

(c) (1 Punkt) Bestimmen Sie die allgemeine Lösung des homogenen Differentialgleichungssystems $y' = Ay$.

(d) (6 Punkte) Bestimmen Sie die allgemeine Lösung des inhomogenen Differentialgleichungssystems $y' = Ay + \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix}$.

Aufgabe 4: *(7 Punkte)*
Bestimmen sie die allgemeine Lösung der Differentialgleichung

$$y'' - 2y' + y = e^x.$$

Aufgabe 5: *(3 Punkte)*
Lösen Sie das Anfangswertproblem

$$\begin{aligned} &y'(x) = xy(x) - x^2 y'(x) \\ &y(0) = 3. \end{aligned}$$

Aufgabe 6: *(10 Punkte)*
Die 4-periodische Funktion $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ sei gegeben durch

$$f(x) := \begin{cases} x+2, & x \in [-2,0) \\ x-2, & x \in [0,2) \end{cases}.$$

(a) (1 Punkt) Skizzieren Sie f auf dem Intervall $[-8,8)$.

(b) (5 Punkte) Entwickeln Sie f in eine reelle Fourierreihe.

(c) (2 Punkte) Bestimmen Sie für alle $x \in \mathbb{R}$ den Grenzwert der Fourierreihe.

(d) (2 Punkte) Entwickeln Sie die reelle Fourierreihe für $\cos(5\pi x)$.