

**Bitte unbedingt beachten:**

- **Bearbeitungszeit:** 180 Minuten. Verlangt und gewertet werden **alle Aufgaben**.
- **Zugelassene Hilfsmittel:** 2 eigenhändig beschriebene DIN A4–Seiten sowie Zeichenmaterial. Nicht erlaubt sind insbesondere Bücher, Fotokopien und elektronische Rechenge­räte.
- **Aufgabe 1–2:** Nur die Endergebnisse werden gewertet. Diese sind in die vorgegebenen Kästen einzutragen. Lösungsweg und Nebenrechnungen sind hier nicht verlangt und werden bei der Bewertung nicht berücksichtigt.
- **Aufgaben 3–8:** Alle Lösungswege und Begründungen sind anzugeben. Die Angabe von Endergebnissen allein genügt nicht! Verwenden Sie für Ihre Bearbeitungen separate Blätter und beginnen Sie jede Aufgabe auf einem neuen Blatt.
- Die folgenden Ableitungen, Stammfunktionen und Funktionswerte dürfen ohne Herleitung verwendet werden.

$f(x)$	$x^a$	$x \ln x - x$	$\sin x$	$\tan x$
$\frac{d}{dx} f(x)$	$a x^{a-1}$	$\ln x$	$\cos x$	$\frac{1}{\cos^2 x}$
$f(x)$	$e^x$	$\ln  x $	$\cos x$	$\arctan x$
$\frac{d}{dx} f(x)$	$e^x$	$\frac{1}{x}$	$-\sin x$	$\frac{1}{1+x^2}$

$x$	$\sin x$	$\cos x$
0	0	1
$\frac{\pi}{6}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$
$\frac{\pi}{4}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$
$\frac{\pi}{3}$	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$\frac{1}{2}$
$\frac{\pi}{2}$	1	0

- In der Klausur können insgesamt maximal **80 Punkte** erreicht werden.
- Die **Prüfungsergebnisse** werden voraussichtlich bis zum 8. 4. 2016 an das Prüfungsamt übermittelt und können dann über das Online–Portal LSF abgefragt werden.

VIEL ERFOLG!

**Hinweise für Wiederholer:**

Studierende, die diese Prüfung als Wiederholungsprüfung schreiben, werden darauf hingewiesen, dass zu dieser Wiederholungsprüfung unter bestimmten Voraussetzungen eine mündliche Nachprüfung gehört, es sei denn, die schriftliche Prüfung ergibt mindestens die Note 4,0.

Wiederholer, bei denen eine mündliche Nachprüfung erforderlich ist, müssen sich im Zeitraum vom 11. 4. 2016 bis zum 15. 4. 2016 in Raum V57.8.157 einen Termin hierfür geben lassen. Eine individuelle schriftliche Benachrichtigung erfolgt nicht! Sie sind verpflichtet, sich rechtzeitig über das Ergebnis der schriftlichen Prüfung zu informieren und sich ggf. zum vereinbarten Zeitpunkt für die mündliche Nachprüfung bereitzuhalten.

Mit Ihrer Teilnahme an dieser Prüfung erkennen Sie diese Verpflichtungen an.

Name, Vorname:

Matrikel-Nr.:

**Aufgabe 1** (je 2 Punkte): Berechnen Sie:

a)  $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{2^{3k} + 3^{2k}}{12^k} =$

b)  $3 \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \end{pmatrix} + 2 \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix} =$

c)  $3 \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ -2 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} =$

d)  $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}^t \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} =$

e)  $\lambda \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix} \Rightarrow (\lambda, \mu) =$

**Aufgabe 2** (je 2 Punkte): Berechnen Sie:

a)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^3 + \sqrt{n^2 + 1}}{n^3 + 2n} =$

b)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^2(x-1)^2 + 3(x^2-1)^2}{x^4 - 2x^2 + 1} =$

c)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \sin x}{1 - \cos x} =$

d)  $\int_0^1 \sqrt{3x+1} dx =$

e)  $\int_0^{\pi/2} \sin^2 x \cos x dx =$

**Aufgabe 3** (8 Punkte): Bestimmen Sie die ersten beiden Ableitungen der Funktion

$$f(x) = xe^x + \frac{x+2}{x+1}$$

und geben Sie das quadratische Taylor–Polynom von  $f$  um die Entwicklungsstelle  $x_0 = 0$  an.

---

**Aufgabe 4** (12 + 4 Punkte): Gegeben sei die Funktion

$$f(x) = \frac{x^2 + 7x + 10}{x + 1}.$$

- Bestimmen Sie alle Nullstellen, Asymptoten und kritischen Stellen von  $f$ . Geben Sie zu jeder Extremstelle den zugehörigen Funktionswert und den Typ des Extremums (Maximum oder Minimum) an.
  - Skizzieren Sie den Graphen von  $f$  und zeichnen Sie die in **a)** berechneten Punkte und Asymptoten in Ihre Skizze ein.
- 

**Aufgabe 5** (6 Punkte): Die Kostenfunktion  $K$  eines Betriebs gibt die Produktionskosten  $K(x)$  in Abhängigkeit von der produzierten Menge  $x$  einer Ware an, die Erlösfunktion  $E$  den Erlös  $E(x)$  in Abhängigkeit von der verkauften Menge  $x$  der Ware. Für einen Musterbetrieb sei

$$K(x) = 2x^3 + 15x^2 - 400x + 1000 \quad \text{und} \quad E(x) = 500x.$$

Für welche Produktionsmenge  $x$  ist der Gewinn  $G(x) = E(x) - K(x)$  maximal, wenn vorausgesetzt werden kann, dass die hergestellte Ware vollständig verkauft wird?

---

**Aufgabe 6** (5 + 5 Punkte): Gegeben sei die Parabel

$$P : y = -x^2 + 7x - 12.$$

- Bestimmen Sie die Tangente  $T$  an  $P$  an der Stelle  $x_0 = 1$  sowie den Schnittpunkt von  $T$  mit der  $y$ -Achse.
  - Bestimmen Sie die Schnittpunkte von  $P$  mit der  $x$ -Achse sowie den Inhalt der zwischen  $P$  und der  $x$ -Achse eingeschlossenen Fläche.
- 

**Aufgabe 7** (5 + 5 Punkte): Gegeben seien

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad \vec{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

- Transformieren Sie die Matrix  $A$  mit Hilfe des Gauß–Algorithmus auf Dreiecksform und geben Sie die Determinante von  $A$  an.
  - Bestimmen Sie alle Lösungen des linearen Gleichungssystems  $A\vec{x} = \vec{b}$ .
- 

**Aufgabe 8** (4 + 6 Punkte): Gegeben sei die Funktion  $f(x, y) = 2x^2 + y^2 - 2xy - 2x + 1$ .

- Bestimmen Sie den Gradienten und die Hesse–Matrix von  $f$ .
  - Bestimmen Sie alle kritischen Stellen sowie Lage, Wert und Typ (Maximum oder Minimum) der Extrema von  $f$ .
-