

Affine Klassifikation der reellen Quadriken in den Dimensionen 1, 2 und 3:

Für eine Quadrik gegeben durch $x^t Ax + 2b^t x + c = 0$ sei
 $r := \text{rg}(A)$, $r_{erw} := \text{rg}(A_{erw})$ und $s := \text{Signatur}(A)$.

Dim.	Gleichung	r	r _{erw}	s	Bezeichnung
n=1					
	$x_1^2 = 0$	1	1	1	Doppelpunkt
	$x_1^2 + 1 = 0$	1	2	1	nullteiliges Punktepaar (= \emptyset)
	$-x_1^2 + 1 = 0$	1	2	-1	einteiliges Punktepaar
n=2					
	$x_1^2 + x_2^2 = 0$	2	2	2	nullteiliges Paar schneidender Geraden
	$x_1^2 - x_2^2 = 0$	2	2	0	einteiliges Paar schneidender Geraden
	$x_1^2 = 0$	1	1	1	Doppelgerade
	$x_1^2 + x_2^2 + 1 = 0$	2	3	2	nullteiliger Kegelschnitt (= \emptyset)
	$x_1^2 - x_2^2 + 1 = 0$	2	3	0	Hyperbel
	$-x_1^2 - x_2^2 + 1 = 0$	2	3	-2	Ellipse
	$x_1^2 + 1 = 0$	1	2	1	nullteiliges Paar paralleler Geraden (= \emptyset)
	$-x_1^2 + 1 = 0$	1	2	-1	einteiliges Paar paralleler Geraden
	$x_1^2 + 2x_2 = 0$	1	3	1	Parabel
n=3					
	$x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 0$	3	3	3	nullteiliger Kegel
	$x_1^2 + x_2^2 - x_3^2 = 0$	3	3	1	einteiliger Kegel
	$x_1^2 + x_2^2 = 0$	2	2	2	nullteiliges Paar schneidender Ebenen
	$x_1^2 - x_2^2 = 0$	2	2	0	einteiliges Paar schneidender Ebenen
	$x_1^2 = 0$	1	1	1	Doppelebene
	$x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + 1 = 0$	3	4	3	nullteilige Mittelpunktsquadrik (= \emptyset)
	$x_1^2 + x_2^2 - x_3^2 + 1 = 0$	3	4	1	zweischaliges Hyperboloid
	$x_1^2 - x_2^2 - x_3^2 + 1 = 0$	3	4	-1	einschaliges Hyperboloid
	$-x_1^2 - x_2^2 - x_3^2 + 1 = 0$	3	4	-3	einschaliges Hyperboloid Ellipsoid
	$x_1^2 + x_2^2 + 1 = 0$	2	3	2	nullteiliger Zylinder (= \emptyset)
	$x_1^2 - x_2^2 + 1 = 0$	2	3	0	hyperbolischer Zylinder
	$-x_1^2 - x_2^2 + 1 = 0$	2	3	-2	elliptischer Zylinder
	$x_1^2 + 1 = 0$	1	2	1	nullteiliges Paar paralleler Ebenen (= \emptyset)
	$-x_1^2 + 1 = 0$	1	2	-1	einteiliges Paar paralleler Ebenen
	$x_1^2 + x_2^2 + 2x_3 = 0$	2	4	2	elliptisches Paraboloid
	$x_1^2 - x_2^2 + 2x_3 = 0$	2	4	0	hyperbolisches Paraboloid
	$x_1^2 + 2x_3 = 0$	1	3	1	parabolischer Zylinder