

## LINEARE ALGEBRA UND ANALYTISCHE GEOMETRIE II

**Aufgabe 1 (mündlich)** Welche der folgenden Aussagen sind wahr?

- Es gibt eine Affinität  $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ , die einen Kegel auf ein Ellipsoid abbildet.
- Sei  $A \in \mathbb{F}_2^{n \times n}$  symmetrisch. Dann gibt es eine reguläre Matrix  $T$ , so dass  $T^t A T$  diagonal ist.

**Aufgabe 2 (mündlich)**

- Welche Quadriken im  $\mathbb{R}^3$  enthalten Geraden?
- Welche zweidimensionalen Quadriken entstehen als Schnitt einer Ebene mit einem elliptischen Paraboloid, welche mit einem zweischaligen Hyperboloid?

**Aufgabe 3 (schriftlich)** Bestimmen Sie die affine Normalform der Quadrik mit Gleichung

$$x^2 + y^2 - 2yz + 2x + 2 = 0$$

im  $\mathbb{R}^3$  und skizzieren Sie die Quadrik.

**Aufgabe 4 (schriftlich)** Bestimmen Sie alle quadratischen Formen  $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ , für die alle Punkte auf den Koordinatenachsen die Gleichung  $f(x, y, z) = 0$  erfüllen. Welche affinen Normalformen nehmen diese Gleichungen an?

**Aufgabe 5 - Aufbaukurs (schriftlich)**

- Seien  $k, l \in \mathbb{N}$ . Bestimmen Sie den größten gemeinsamen Teiler der reellen Polynome  $x^k - 1$  und  $x^l - 1$ .
- Sei  $n \in \mathbb{N}$  und  $2^n + 1$  eine Primzahl. Zeigen Sie, dass  $n = 2^m$  gilt für ein  $m \in \mathbb{Z}$ .

Abgabe der schriftlichen und Besprechung der mündlichen Aufgaben am 12.  
Juni in den Übungen.