Fachbereich Mathematik
W. Kimmerle/ S. Poehler

Lineare Algebra und Analytische Geometrie I

Aufgabe 1 (mündlich) Zeigen Sie:

a) Für $n \in \mathbb{N}$ ist $n^3 - n$ ist durch sechs teilbar.

b) Ungerade Quadratzahlen lassen beim Teilen durch acht den Rest eins.

Aufgabe 2 (mündlich) Lummerland und Schlummerland sind zwei Ritter-Schurken-Inseln, d.h., jeder Bewohner der Inseln ist ein Ritter oder ein Schurke. Ritter sagen immer die Wahheit, Schurken lügen immer. Auf Lummerland sagen alle Einwohner übereinstimmend: „Es gibt einen Schurken, der Gold gefunden hat“. Auf Schlummerland sagen die beiden Einwohner A und B:

A: „Wenn B Ritter ist, dann gibt es hier kein Gold.“
B: „Wenn A Schurke ist, dann gibt es hier kein Gold.“

Prüfen Sie folgende Aussage auf ihren Wahrheitsgehalt:
Wenn Lummerland bevölkert ist, so wurde auf Lummerland genau dann Gold gefunden, wenn es auf Schlummerland Gold gibt.

Aufgabe 3 (mündlich) Seien p, q und r aussagenlogische Variable. Welche der folgenden aussagenlogischen Ausdrücke sind Tautologien?

a) $p \vee (q \wedge r) \Rightarrow (p \vee r)$

b) $(p \Rightarrow q) \vee (q \Rightarrow r) \vee (r \Rightarrow p)$

c) $(p \wedge q) \Rightarrow r$

d) $(p \wedge \neg p) \Rightarrow (((p \vee (q \wedge r)) \Rightarrow (\neg p \vee (q \Rightarrow p))))$

Aufgabe 4 (schriftlich) Zwei Zahlen $a, b \in \mathbb{Z}$ heißen kongruent modulo $m \in \mathbb{Z}$, falls es ein $k \in \mathbb{Z}$ gibt mit $a - b = km$, falls also m die Differenz von a und b teilt. Man schreibt dann: $a \equiv b \pmod{m}$. Zeigen Sie:

a) Gilt $a \equiv b \equiv 1 \pmod{3}$, dann ist auch $ab \equiv 1 \pmod{3}$.

b) Zeigen Sie, dass es unendlich viele Primzahlen p gibt mit $p \equiv 2 \pmod{3}$.

Aufgabe 5 (schriftlich) Ein Raumfahrer muss auf einem Planeten notlanden, dessen Bewohner sich alle als perfekte Logiker und Mathematiker entpuppen und gerne bereit sind, sein Raumschiff zu reparieren und ihr Wissen mit ihm zu teilen. Nach einer Weile findet er heraus, dass die Außerirdischen strenge Verhaltensregeln beachten. Einmal täglich treffen sich alle zum Gedankenaustausch. Begeht einer von ihnen einen logischen Fehler in einer Beweisführung, so wächst ihm am Hinterkopf ein rotes Schandmal, das alle anderen sehen können, er selbst jedoch nicht. Aus Höflichkeit teilt ihm niemand mit, dass er ein solches Schandmal besitzt oder dass er einen Fehler begangen hat. Wenn er es dennoch herausfindet,

verlässt er vor Scham in der nächsten Nacht fluchtartig den Planeten.
Als das Raumschiff repariert ist, bedankt der Raumfahrer sich für die Hilfe und für die neuen mathematischen Sätze. Er weist aber darauf hin, dass in einem der Beweise ein Fehler steckt, sagt aber natürlich nicht, in welchem Beweis.
Nach einigen Jahren kehrt der Raumfahrer auf den Planeten zurück. Ihm wird mitgeteilt, dass es in der 71. Nacht nach seinem Abflug zu einer Massenflucht kam, davor aber niemand geflohen war. Wieviele Außerirdische haben sich in dieser Nacht aus dem Staub gemacht - und wieso?

Einige Hinweise zur Vorlesung und zum Übungsbetrieb

- **Vorlesung**

  Montag, 11.30 - 13.00 Uhr, V57.02 (Aufbauvorlesung)
  Mittwoch, 9.45 - 11.15 Uhr, V57.01 (Basisvorlesung)
  Donnerstag, 14.00 - 15.30 Uhr, V7.02 (Basisvorlesung, 14-tägig, erstmals am 26. Oktober)

- **Gruppenübungen**
  Die Gruppenübungen beginnen am 24. Oktober. Die Anmeldung zu den Übungen findet online unter

  `https://gruppenanmeldung.mathematik.uni-stuttgart.de/`

  statt ab 18. Okotber (heute!), 13.30 Uhr.
  Ab der zweiten Woche gibt es die Übungsblätter unter:

  `http://mo.mathematik.uni-stuttgart.de/kurse/kurs47/`

- **Literaturhinweise zur Linearen Algebra**
  Für den Basiskurs:
  W. Kimmerle/ M. Stroppel: Lineare Algebra und Geometrie, Edition Delkhofen, ISBN: 3-936413-20-7, erhältlich bei Buchhandlung Wittwer, 12.90 €

  Allgemein:
  H.-J. Kowalski/ G. Michler: Lineare Algebra, de Gruyter
  G. Fischer: Lineare Algebra, Vieweg
  B. Huppert/ W. Willems: Lineare Algebra, Teubner
  K. Jänich: Lineare Algebra, Springer
  E. Brieskorn: Lineare Algebra und Analytische Geometrie, Vieweg

- **Scheinkriterien:** Einen Übungsschein zur Linearen Algebra und Analytischen Geometrie I erhält, wer im laufenden Semester

  - aktiv an den Übungen teilnimmt
  - mindestens 50% der Punkte aus den schriftlichen Aufgaben erzielt
  - höchstens zwei Übungsblätter nicht bearbeitet
  - die abschließende Klausur (voraussichtlich Ende Januar) besteht

Abgabe der schriftlichen und Besprechung der mündlichen Aufgaben am 24. Oktober in den Übungen.