Fachbereich Mathematik<br>W. Kimmerle/ S. Poehler

Blatt 4<br>WS 2006/2007

# Lineare Algebra und Analytische Geometrie I

**Aufgabe 1 (mündlich)** Seien $A$ und $B$ Mengen und $f : A \to B$ eine Abbildung. Zeigen Sie, dass durch

$$x \sim y :\Leftrightarrow f(x) = f(y)$$

eine Äquivalenzrelation auf $A$ gegeben ist.

**Aufgabe 2 (mündlich)** Gegeben seien im $\mathbb{R}^2$ zwei verschiedene Kreise $K_1$ und $K_2$. Welche der folgenden Aussagen sind richtig?

- Jede Gerade besitzt mit beiden Kreisen höchstens vier gemeinsame Punkte.
- Es gibt immer eine Gerade, die mit beiden Kreisen genau drei gemeinsame Punkte besitzt.
- Eine Gerade ist genau dann gemeinsame Tangente, wenn sie mit beiden Kreisen zwei gemeinsame Punkte besitzt.
- Es gibt immer vier verschiedene gemeinsame Tangenten.
- Besitzt eine Gerade mit beiden Kreisen drei gemeinsame Punkte, dann ist sie Tangente von einem der beiden Kreise.

**Aufgabe 3 (mündlich) - Aufbaukurs**

a) Zeigen Sie: In einem distributiven Verband gilt:

$$(x \cup z = y \cup z \text{ und } x \cap z = y \cap z) \Rightarrow x = y.$$

b) Zeigen Sie: In einer Boolschen Algebra ist zu jedem $x$ das Komplement $\bar{x}$ eindeutig bestimmt und es gilt insbesondere $\bar{\bar{x}} = x$.

c) Für welche natürlichen Zahlen $n \leq 12$ ist der Verband $V_n$ der Teiler von $n$ eine Boolsche Algebra?

**Aufgabe 4 (schriftlich)** Bestimmen Sie die Gleichungen aller gemeinsamer Tangenten der Kreise

$$K_1 : (x-3)^2 + y^2 = 4, \quad K_2 : (x+3)^2 + y^2 = 1.$$

**Aufgabe 5 (schriftlich)** Sei $E$ eine Ellipse mit den Brennpunkten $F_1$ und $F_2$. Zeigen Sie, dass jeder von $F_1$ ausgehende Lichtstrahl bei Reflexion an $E$ in den Punkt $F_2$ geworfen wird und umgekehrt.

Abgabe der schriftlichen und Besprechung der mündlichen Aufgaben am 14. November in den Übungen.