

LINEARE ALGEBRA UND ANALYTISCHE GEOMETRIE I

Aufgabe 1 (mündlich) Um zwei zylinderförmige Türme mit gleicher Höhe aber unterschiedlichem Durchmesser winden sich Wendeltreppen vom Boden bis zur Decke. Die Steigung der Treppen ist konstant und bei beiden Türmen gleich. Welche der Treppen ist länger?

Aufgabe 2 (mündlich) Gegeben seien die Ebenen $E_1 : x = z$, $E_2 : z + 2x = 0$ und $E_3 : z = 2$ im \mathbb{R}^3 .

- Skizzieren Sie die Ebenen und bestimmen Sie Parameterdarstellungen der Schnittgeraden.
- Wie groß kann eine Kugel maximal sein, die vollständig im von E_1 , E_2 und E_3 umschlossenen Bereich liegt?

Aufgabe 3 (mündlich) Gegeben sei ein Dreieck mit Eckpunkten A , B und C . Der Punkt C werde auf einer Parallelen zur Strecke AB bewegt. Wie sehen die Ortskurven folgender Punkte aus?

- des Höhenschnittpunktes H des Dreiecks,
- des Schwerpunktes S des Dreiecks?

Aufgabe 4 (schriftlich) Die Fläche mit Gleichung $x^2 + y^2 = z^2$ im \mathbb{R}^3 heißt Kegel. Zeigen Sie, dass die Schnittkurve dieses Kegels mit der Ebene $2z - x = 2$ eine Ellipse ist und bestimmen Sie die Länge ihrer Hauptachsen.

Aufgabe 5 (schriftlich) Zeigen Sie, dass die Punkte $P_1 = (1, 2, 4)$, $P_2 = (2, -1, 3)$, $P_3 = (6, 3, -5)$ und $P_4 = (-7, 4, -1)$ nicht in einer Ebene liegen und bestimmen Sie den Punkt, in den P_4 bei Spiegelung an der Ebene durch P_1, P_2 und P_3 übergeht.