

# Mathematische Grundlagen für das Lehramt

Winter 2013/14

---

**Aufgabe 46.**

Sei  $\zeta$  eine Nullstelle eines rationalen Polynoms vom Grad  $\geq 1$ . Zeigen Sie, dass

$$\mathbb{Q}(\zeta) = \{p(\zeta) \mid p(x) \in \mathbb{Q}[x]\}$$

ein endlich dimensionaler Vektorraum über  $\mathbb{Q}$  ist. Folgern Sie mit Hilfe von Aufgabe 45, dass jedes Element  $\neq 0$  in  $\mathbb{Q}(\zeta)$  invertierbar ist.

**Aufgabe 47.**

Seien  $p$  und  $q$  verschiedene Primzahlen. Zeigen Sie, dass  $p \cdot q$  keine Carmichael-Zahl ist.

**Aufgabe 48.**

Zeigen Sie Satz 10.2 (g), d. h. überlegen Sie sich, wie man aus gegebenen Punkten  $0$ ,  $1$  und  $z \neq 0$  der komplexen Zahlenebene mit Hilfe von Zirkel und Lineal das Inverse  $\frac{1}{z}$  konstruiert.