Klausur

für mach, umw, fmt, bau, immo, tema, und zugehörige Technikpädagogik

Hinweise:

- Die **Bearbeitungszeit** beträgt **120 Minuten**.
- Bearbeitungen mit Bleistift oder Rotstift sind **nicht zulässig**.
- Erlaubte Hilfsmittel: 10 eigenhändig beschriebene Blätter DIN A4.
- Es sind vollständige Lösungswege mit allen notwendigen Begründungen abzugeben. Die Bearbeitung der Aufgaben erfolgt **auf gesondertem Papier. Jede Aufgabe ist auf einem neuen Blatt zu beginnen.**
- Die Klausureinsicht findet in der Woche vom 22. bis 26. Oktober 2007 statt. Details hierzu werden per Aushang am Institut (bei Zimmer V 57.7.555) und auf der Internet-Seite zur Veranstaltung bekanntgegeben.
  `http://www.mathematik.uni-stuttgart.de/studium/infomat/HM-Haehl-WS0607/`
- Die Prüfungsergebnisse sind voraussichtlich ab 22. Oktober 2007 über das Studenteninformationssystem der Universität Stuttgart (studIUS) zu erfragen.
  `https://studius.uni-stuttgart.de/`

Wir wünschen Ihnen viel Erfolg.

Hinweis im Falle einer Wiederholungsprüfung
Falls diese Prüfung für Sie eine Wiederholungsprüfung ist, so ist für bestimmte Fachrichtungen in dieser Wiederholungsprüfung eine mündliche Nachprüfung eingeschlossen, wenn das Ergebnis des schriftlichen Teils schlechter als die Note 4,0 ausfällt.

Wird in Ihrem Fall eine mündliche Nachprüfung erforderlich, so vereinbaren Sie in der Woche vom 22. bis 26. Oktober 2007 bei Frau Kroll, Zimmer V 57.7.546, einen Termin hierfür. Eine individuelle Benachrichtigung erfolgt nicht. Sie sind verpflichtet, sich rechtzeitig über das Ergebnis der schriftlichen Prüfung zu informieren und sich gegebenenfalls zum vereinbarten Zeitpunkt für die mündliche Nachprüfung bereitzuhalten.

Mit der Teilnahme an dieser Prüfung erkennen Sie diese Verpflichtung an.

Aufgabe 1: *(22 Punkte)*
Gegeben sei die Differentialgleichung

$$y^{(3)} - 4y'' + 5y' = 5 + 2e^x \,.$$

Bestimmen Sie die Lösung $\hat{f}$ mit $\hat{f}(0) = 2$, $\hat{f}'(0) = 3$, $\hat{f}''(0) = 1$.

Aufgabe 2: *(10 Punkte)*
Gegeben ist die Differentialgleichung

$$y' + \frac{1}{x} y = \sin(x)$$

für $x > 0$. Bestimmen Sie die Lösung $\hat{f}$ der Differentialgleichung so, dass $\hat{f}(\frac{\pi}{2}) = \frac{1}{\pi}$.

Aufgabe 3: *(16 Punkte)*
Gegeben ist das Vektorfeld

$$g\colon \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3 \colon \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

und der Bereich

$$B = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^2 + z^2 \leq 1 \,,\, x \geq 0 \,,\, y \geq 0 \,,\, z \geq 0\}.$$

Sei S die Randfläche von B; dies ist eine geschlossene Fläche, deren Innengebiet $B \setminus S$ ist.
Berechnen Sie den Fluss von g durch S

$$\iint\limits_S (g \bullet n) \,\mathrm{d}O \,,$$

wobei n der nach außen gerichtete Einheitsnormalenvektor der Fläche S ist.

Aufgabe 4: *(12 Punkte)*
Die Funktion $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ ist gegeben durch

$$f(x) = \begin{cases} x - (2k-1)\pi & \text{für} \quad x \in [(2k-1)\pi, 2k\pi[\quad \text{und} \quad k \in \mathbb{Z} \\ \pi & \text{für} \quad x \in [2k\pi, (2k+1)\pi[\quad \text{und} \quad k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

(a) Bestimmen Sie ihre Fourier-Koeffizienten a_0 sowie a_m und b_m für $m \in \mathbb{N}$.

(b) Gegen welchen Wert konvergiert die Fourier-Reihe von f an der Stelle $x_0 = \pi$?