2. Klausur der Diplomvorprüfung

für **fmt, mach, tema, tpmach, verf**

Bitte beachten Sie die folgenden **Hinweise:**

- **Bearbeitungszeit:** 60 Minuten
- **Erlaubte Hilfsmittel:** Vier Seiten DIN A4 eigenhändig beschrieben.
- Bearbeitungen mit Bleistift oder Rotstift sind **nicht zulässig!**
- In den Aufgaben **1–2** sind die vollständigen Lösungswege mit allen notwendigen Begründungen anzugeben. Die Bearbeitung dieser Aufgaben nehmen Sie bitte auf gesondertem Papier vor. Beginnen Sie jede Aufgabe auf einem neuen Blatt.
- In den Aufgaben **3–4** werden nur die Endergebnisse gewertet. Diese sind in die vorgegebenen Kästen einzutragen. Nebenrechnungen sind hier nicht verlangt und werden deshalb auch nicht eingesammelt.
- Folgende Ableitungen, Stammfunktionen und Funktionswerte können Sie ohne weitere Herleitung verwenden. Alle anderen Ableitungen und Stammfunktionen müssen begründet werden.

$f(x)$	x^a	e^x	$\ln\lvert x\rvert$	b^x	$\sin x$
$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x} f(x)$	$a \cdot x^{a-1}$	e^x	$\frac{1}{x}$	$\ln b \cdot b^x$	$\cos x$
$f(x)$	$\tan x$	$\arctan x$	$\sinh x$	$\cosh x$	$\cos x$
$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x} f(x)$	$\frac{1}{(\cos x)^2}$	$\frac{1}{1+x^2}$	$\cosh x$	$\sinh x$	$-\sin x$

$(a \in \mathbb{R})$
$(b \in \mathbb{R}^+)$

x	$\sin(x)$	$\cos(x)$
0	0	1
$\frac{\pi}{6}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$
$\frac{\pi}{4}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$
$\frac{\pi}{3}$	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$\frac{1}{2}$
$\frac{\pi}{2}$	1	0

- Die Prüfungsergebnisse werden vorausssichtlich ab 8. April 2008 über das Studenteninformationssystem Universität Stuttgart (`https://studius.uni-stuttgart.de/`) bekanntgegeben.

Viel Erfolg!

Hinweise für Wiederholer:

Studierende, die diese Prüfung als Wiederholungsprüfung schreiben, werden darauf hingewiesen, dass zu dieser Wiederholungsprüfung für bestimmte Fachrichtungen eine mündliche Nachprüfung gehört, es sei denn, die schriftliche Prüfung ergibt mindestens die Note 4,0.

Wiederholer, bei denen eine mündliche Nachprüfung erforderlich ist, müssen sich vom **14. 04.** bis **24. 04. 2008** bei Frau Stein (Raum V57.8.130, nur vormittags) einen Termin hierfür geben lassen. Eine individuelle schriftliche Benachrichtigung erfolgt nicht! Sie sind verpflichtet, sich rechtzeitig über das Ergebnis der schriftlichen Prüfung zu informieren und sich ggf. zum vereinbarten Zeitpunkt für die mündliche Nachprüfung bereitzuhalten.

Mit Ihrer Teilnahme an dieser Prüfung erkennen Sie diese Verpflichtungen an.

Aufgabe 1 (*5 Punkte*)

Gegeben sei die Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} .$$

(a) Diagonalisieren Sie die Matrix A und geben Sie die Transformationsmatrix und die Diagonalmatrix an.

(b) Bestimmen Sie A^{100}.

Aufgabe 2 (*6 Punkte*)

Gegeben sind das Standard-Koordinatensystem $\mathbb{E}$ und das affine Koordinatensystem

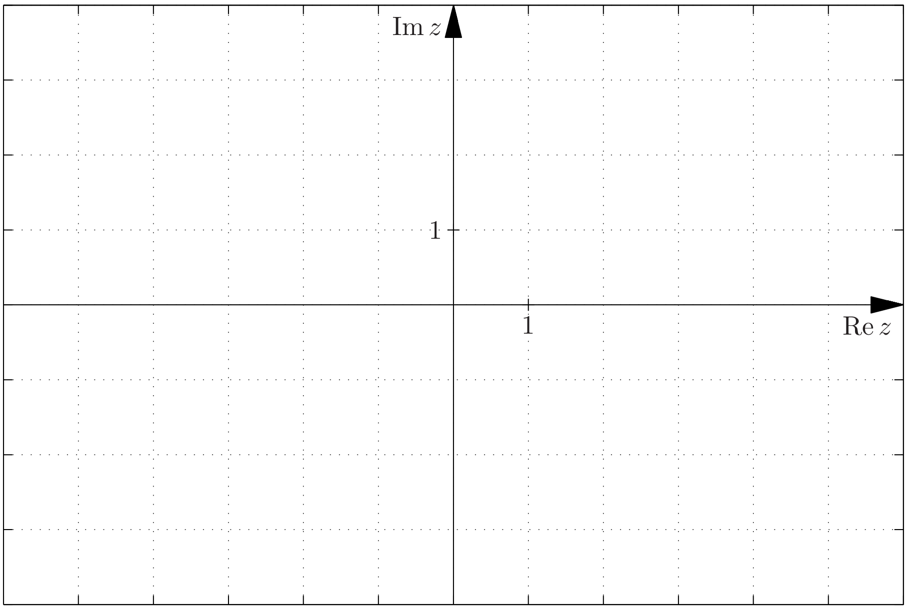
$$\mathbb{F} = \left(\begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} ; \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix} , \begin{pmatrix} 3 \\ -3 \\ 4 \end{pmatrix} , \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 3 \end{pmatrix} \right)$$

im $\mathbb{R}^3$. Geben Sie die Koordinatentransformationen ${}_{\mathbb{E}}\kappa_{\mathbb{F}}$ und ${}_{\mathbb{F}}\kappa_{\mathbb{E}}$ an.

Name, Vorname:		**Matrikel-Nummer:**		**Studien-gang:**	

Aufgabe 3 (*3 Punkte*)

Gegeben sind die Mengen $M_1 = \{z \in \mathbb{C} \mid \operatorname{Re}(z)\operatorname{Im}(z) \geqq 0\}$ und $M_2 = \{z \in \mathbb{C} \mid |z+\bar{z}| + |z-\bar{z}| \leqq 4\}$ in der komplexen Zahlenebene. Skizzieren Sie M_1, M_2 und $M_1 \cap M_2$.



Aufgabe 4 (*7 Punkte*)

Gegeben sei das Vektorfeld

$$f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2\colon (x,y) \mapsto f(x,y) = \begin{pmatrix} 2xy^2 - \frac{\alpha}{2}y + 3x^2 \\ 2x^2y - x \end{pmatrix}$$

und die Kurven

$$\mathcal{C}_1 : [0,1] \to \mathbb{R}^2 : t \mapsto (t,t)^{\mathsf{T}},$$
$$\mathcal{C}_2 : [0,1] \to \mathbb{R}^2 : t \mapsto (t,t^2)^{\mathsf{T}}.$$

Für welche Werte von α existiert zu f ein Potential?

Geben Sie für diese Werte ein Potential an:

Berechnen Sie für $\alpha = 4$ das Wegintegral $\displaystyle\int_{\mathcal{C}_1} f(x,y)\,\mathrm{d}\,s =$

Berechnen Sie für $\alpha = 2$ das Wegintegral $\displaystyle\int_{\mathcal{C}_2} f(x,y)\,\mathrm{d}\,s =$