

Diplomvorprüfung Höhere Mathematik III

Frühjahr 1998

1. Klausur für Studierende der Fachrichtung Elektrotechnik/Geodäsie
am 09. März 1998

Bitte unbedingt beachten:

- Verlangt und gewertet werden **alle** der folgenden 6 Aufgaben. (Bearbeitungszeit: 120 Minuten).
- Als Hilfsmittel sind 30 vom Kandidaten persönlich beschriebene Blätter zugelassen. Nicht erlaubt sind insbesondere Bücher und elektronische Rechenggeräte.
- **Falls in der Aufgabe nicht anders verlangt, sind die Lösungswege anzugeben. Eine Angabe des Endergebnisses allein genügt nicht.**

Hinweise für Wiederholer:

- Studierende, die diese Prüfung als Wiederholungsprüfung schreiben, werden darauf hingewiesen, daß zur Wiederholungsprüfung eine mündliche Nachprüfung gehört, es sei denn, die schriftliche Prüfung ergibt ein mindestens ausreichendes Ergebnis. Die Prüfungsergebnisse werden voraussichtlich ab 27. 4. 1998 durch Aushang in V57, 8. Stock, bekanntgegeben.
- Wiederholer, bei denen die Klausur mit der Note 5,0 bewertet wird, müssen sich bis zum 6. 5. 1998 im Sekretariat des 2. Lehrstuhls des Mathematischen Instituts A, V57 8–162 einen Termin für die mündliche Nachprüfung geben lassen. Eine individuelle schriftliche Einladung erfolgt nicht. Sie sind verpflichtet, sich zu den angegebenen Terminen über das Ergebnis der schriftlichen Wiederholungsprüfung zu informieren und sich gegebenenfalls zu dem vereinbarten Zeitpunkt für die mündliche Nachprüfung bereitzuhalten.
Bei Wiederholern der Fachrichtung Elektrotechnik (neue PO) entscheidet der Prüfungsausschuß des Fachbereichs Elektrotechnik über die Teilnahme an der mündlichen Nachprüfung.
- Mit Ihrer Teilnahme an dieser Prüfung erkennen Sie diese Verpflichtungen an.

Aufgabe 1**(15 Punkte)**

Geben Sie an, welche der folgenden Aussagen richtig und welche falsch sind.

(Begründung ist nicht notwendig.)

- a) $\operatorname{rot} \operatorname{div} F = \operatorname{div} \operatorname{rot} F$.
- b) Der Fluß von $\operatorname{rot} F$ durch die Oberfläche eines Körpers ist 0.
- c) $\operatorname{div} F = 0 \Rightarrow$ Das Arbeitsintegral von F verschwindet.
- d) $\sin^8(x)$ läßt sich als Cosinus-Reihe schreiben.
- e) Die Laplace-Transformation von $\cos(3t) - \sin^2(7t)$ ist eine rationale Funktion.

Aufgabe 2**(20 Punkte)**

- a) Welche Rekursion erfüllen die Taylorkoeffizienten $a_j = \frac{1}{j!}x^{(j)}(0)$ der Lösung der Differentialgleichung

$$(1-t)x' - x = 0 ?$$

- b) Berechnen Sie das Arbeitsintegral des Vektorfeldes $[yz, z, 0]^t$ über einen geradlinigen Weg von $(1, 2, 3)$ nach $(1, 3, 4)$.
- c) Bestimmen Sie den Fluß des Vektorfeldes $|X|^4 X$ durch die Kugeloberfläche $\mathcal{S} : |X| = a$ von innen nach außen.
- d) Bestimmen Sie die Fourier-Transformation von

$$f(x) = \begin{cases} x & , 0 \leq x \leq 1 \\ 0 & , \text{sonst} \end{cases} .$$

Aufgabe 3**(15 Punkte)**

Berechnen Sie für

$$f = x_2/x_3, \quad G = [0, 0, x_1]^t$$

die Ausdrücke

$$\operatorname{div}(fG), \quad \operatorname{rot}(fG), \quad \operatorname{rot}(\operatorname{grad} f), \quad \operatorname{div}(\operatorname{grad} f) .$$

Aufgabe 4**(20 Punkte)**

Berechnen Sie mit Hilfe des Satzes von Gauß den Fluß des Vektorfeldes $[xz, yz, xy]^t$ durch die Oberfläche des Prismas

$$\mathcal{P} : x + y \leq 1, \quad x, y \geq 0 \quad 0 \leq z \leq 1$$

nach außen. Wie groß ist der Fluß durch die in der xy-Ebene liegende Seitenfläche?

Aufgabe 5**(15 Punkte)**

Bestimmen Sie die Koeffizienten a_j, b_j und c_j der reellen und komplexen Fourier-Reihe von $|\cos(x/2)|$ auf $[-\pi, \pi]$. Welchen Wert hat die Summe

$$\sum_{j=-\infty}^{\infty} |c_j|^2 \quad ?$$

Aufgabe 6**(15 Punkte)**

Bestimmen Sie die Laplace-Transformation des Anfangswertproblems

$$x' - x = \exp(it), \quad x(0) = 1.$$

Berechnen Sie die Lösung $x(t)$ durch Partialbruchzerlegung von $\tilde{x}(s)$ und inverse Laplace-Transformation.