Universität Stuttgart Prof. Dr. K. Höllig

Diplomvorprüfung Höhere Mathematik III

Frühjahr 1998
2. Klausur für Studierende der Fachrichtung Elektrotechnik
am 10. März 1998

Bitte unbedingt beachten:

- Verlangt und gewertet werden **alle** der folgenden 6 Aufgaben. (Bearbeitungszeit: 120 Minuten).
- Als Hilfsmittel sind 30 vom Kandidaten persönlich beschriebene Blätter zugelassen. Nicht erlaubt sind insbesondere Bücher und elektronische Rechengeräte.
- **Falls in der Aufgabe nicht anders verlangt, sind die Lösungswege anzugeben. Eine Angabe des Endergebnisses allein genügt nicht.**

Hinweise für Wiederholer:

- Studierende, die diese Prüfung als Wiederholungsprüfung schreiben, werden darauf hingewiesen, daß zur Wiederholungsprüfung eine mündliche Nachprüfung gehört, es sei denn, die schriftliche Prüfung ergibt ein mindestens ausreichendes Ergebnis. Die Prüfungsergebnisse werden voraussichtlich ab 27. 4. 1998 durch Aushang in V57, 8. Stock, bekanntgegeben.
- Wiederholer, bei denen die Klausur mit der Note 5,0 bewertet wird, müssen sich bis zum 6. 5. 1998 im Sekretariat des 2. Lehrstuhls des Mathematischen Instituts A, V57 8–162 einen Termin für die mündliche Nachprüfung geben lassen. Eine individuelle schriftliche Einladung erfolgt nicht. Sie sind verpflichtet, sich zu den angegebenen Terminen über das Ergebnis der schriftlichen Wiederholungsprüfung zu informieren und sich gegebenenfalls zu dem vereinbarten Zeitpunkt für die mündliche Nachprüfung bereitzuhalten.

  Bei Wiederholern der Fachrichtung Elektrotechnik (neue PO) entscheidet der Prüfungsausschuß des Fachbereichs Elektrotechnik über die Teilnahme an der mündlichen Nachprüfung.
- Mit Ihrer Teilnahme an dieser Prüfung erkennen Sie diese Verpflichtungen an.

Aufgabe 1 (15 Punkte)

Geben Sie an, welche der folgenden Aussagen richtig und welche falsch sind.
(**Begründung ist nicht notwendig.**)

a) rot $[x_1, x_2, x_3]^t = \underline{0}$

b) $t = 0$ ist ein regulär singulärer Punkt der Differentialgleichung $x''(t) = x(t)/t^3$.

c) Der Fluß von grad f durch jede geschlossene Fläche ist 0.

d) Das Vektorfeld $[x + y, x]^t$ besitzt eine Stammfunktion.

e) Die Fourier-Transformation einer reellen Funktion ist reell.

Aufgabe 2 (20 Punkte)

Berechnen Sie für das Vektorfeld $F = |X|^2\,[1,2,3]^t$

a) div F, b) rot F

c) Das Arbeitsintegral über den entgegen dem Uhrzeigersinn durchlaufenen Halbkreis $\mathcal{C} : x_1^2 + x_2^2 = 1,\ x_2 \geqslant 0,\ x_3 = 0$

d) Den Betrag des Flusses durch die Kreisscheibe $\mathcal{S} : x_1^2 + x_2^2 \leqslant 1,\ x_3 = 0$

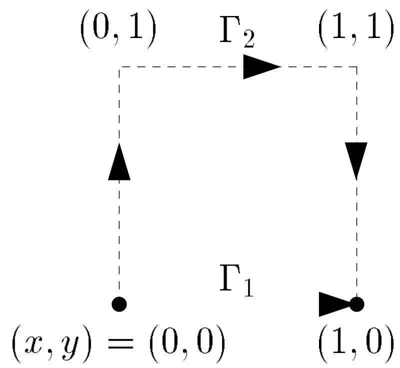
Aufgabe 3 (15 Punkte)

Zeigen Sie, daß die Taylorkoeffizienten der Lösung $x(t) = \sum\limits_{j=0}^{\infty} a_j t^j$ der Differentialgleichung

$$(1-t^2)x'' + 2x = 0$$

eine Rekursion der Form $a_{j+2} = \frac{j+p}{j+q}\,a_j$ erfüllen und bestimmen Sie p und q. Bestimmen Sie explizit die Koeffizienten a_j der Lösung mit den Anfangswerten $x(0) = 0$, $x'(0) = 1$.

Aufgabe 4 (15 Punkte)

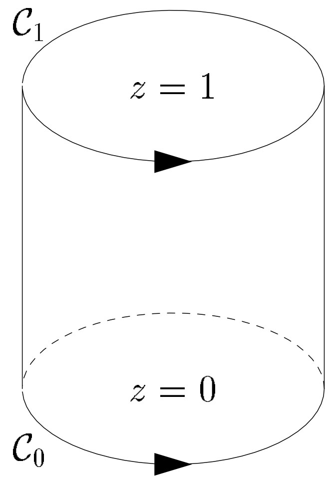


Zeigen Sie, daß das Vektorfeld

$$F = [x^3 - 3xy^2, -3x^2y + y^3]$$

quellen- und wirbelfrei ist. Berechnen Sie die Arbeits- und die Flußintegrale des Feldes sowohl für den Weg Γ_1 als auch für Γ_2.

Aufgabe 5 (20 Punkte)



Bestimmen Sie die Rotation R des Vektorfeldes

$$F = \left[-y(1+x^2)^z, x(1+y^2)^z, 0\right]$$

und berechnen Sie die Arbeitsintegrale $\int\limits_{\mathcal{C}_j} F\,dX$ für beide Randkurven $\mathcal{C}_j$ sowie mit Hilfe des Satzes von Stokes den Fluß von R nach außen durch jede der Randflächen (Boden, Deckfläche, Mantel) des Zylinders

$$\mathcal{Z} : x^2 + y^2 \leqslant 1, \quad 0 \leqslant z \leqslant 1\ .$$

Aufgabe 6 (15 Punkte)

Leiten Sie aus der Fourier-Transformation $\hat{f}(w) = \frac{2}{1+w^2}$ der Funktion $f(x) = \exp(-|x|)$ die Fourier-Transformationen von

$$f(2x-1)\,,\ (3-x)f(x)\,,\ \cos x\, f(x)$$

ab.