

Klausur der Diplomvorprüfung

für aer, autip, geod, mawi, wewi

Bitte beachten Sie die folgenden **Hinweise**:

- Bearbeitungszeit: 120 Minuten
- Erlaubte Hilfsmittel: **10 Blätter DIN A4 eigenhändig beschrieben.**
- Bearbeitungen mit Bleistift oder Rotstift sind nicht zulässig!
- Lesen Sie zunächst die Aufgabenstellungen aufmerksam durch und beachten Sie, dass je nach Lösungsweg die gegebenen Hinweise hilfreich sein können.
- In allen Aufgaben sind die vollständigen Lösungswege mit allen notwendigen Begründungen anzugeben. Die Bearbeitung der Aufgaben nehmen Sie bitte auf gesondertem Papier vor. Beginnen Sie jede Aufgabe auf einem neuen Blatt.
- Die Prüfungsergebnisse werden voraussichtlich ab dem 13. 10. 2010 über das Studentensystem der Universität Stuttgart (<https://lsf.uni-stuttgart.de/>) bekanntgegeben.

VIEL ERFOLG!

Hinweise für Wiederholer:

Studierende, die diese Prüfung als Wiederholungsprüfung schreiben, werden darauf hingewiesen, dass zu dieser Wiederholungsprüfung für bestimmte Fachrichtungen eine mündliche Nachprüfung gehört, es sei denn, die schriftliche Prüfung ergibt mindestens die Note 4,0.

Wiederholer, bei denen eine mündliche Nachprüfung erforderlich ist, müssen sich vom 1. 11. bis zum 5. 11. 2010 bei Frau Mebus (Tel. 0711 685 60125; anja.mebus@mathematik.uni-stuttgart.de) einen Termin hierfür geben lassen. Eine individuelle schriftliche Benachrichtigung erfolgt nicht! Sie sind verpflichtet, sich rechtzeitig über das Ergebnis der schriftlichen Prüfung zu informieren und sich ggf. zum vereinbarten Zeitpunkt für die mündliche Nachprüfung bereitzuhalten.

Mit Ihrer Teilnahme an dieser Prüfung erkennen Sie diese Verpflichtungen an.

Aufgabe 1 (10 Punkte)

Gegeben sei die parametrisierte Fläche A mit

$$A = \left\{ \Phi(u, v) = \left(uv, \frac{v}{u} \right) \in \mathbb{R}^2 : u \in \left[\frac{1}{2}, 2 \right], v \in [1, 2] \right\}.$$

- Berechnen Sie die Funktionaldeterminante von Φ .
 - Bestimmen Sie den Flächeninhalt von A .
 - Berechnen Sie die Koordinaten des Schwerpunktes von A .
 - Die Fläche A wird nun entweder um die x - oder um die y -Achse rotiert. Sind die Volumina der entstehenden Rotationskörper gleich groß? Wenn nein, für welche Achse ist das Volumen größer?
-

Aufgabe 2 (12 Punkte)

Bestimmen Sie die allgemeine reelle Lösung des Systems gewöhnlicher Differentialgleichungen

$$y'(x) = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 1 & -2 \end{pmatrix} y(x) + \begin{pmatrix} 2e^{-x} - 1 \\ 3x \end{pmatrix}.$$

Aufgabe 3 (10 Punkte)

Die 1-periodische Funktion $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ist gegeben durch

$$f(x) = \frac{1}{e-1} e^x - 1, \quad x \in [0, 1).$$

- Berechnen Sie die komplexe Fourier-Reihe von f .
 - Geben Sie die reelle Fourier-Reihe von f an.
 - Geben Sie die reelle Fourier-Reihe einer Stammfunktion F von f an.
-

Aufgabe 4 (14 Punkte)

Gegeben ist die partielle Differentialgleichung

$$\partial_{xx}u(x, y) + \partial_{yy}u(x, y) - 4\partial_xu(x, y) + 4u(x, y) = 0, \quad x, y \in (0, 1), \quad (1)$$

mit den Randbedingungen

$$u(0, y) = u(1, y) = 0, \quad y \in (0, 1), \quad (2)$$

$$u(x, 0) = e^{2x} \sin(\pi x), \quad u(x, 1) = e^{2x+\pi} \sin(\pi x), \quad x \in (0, 1). \quad (3)$$

- Lösen Sie die Gleichung (1) mit den Randbedingungen (2) durch den Separationsansatz.
 - Bestimmen Sie die Koeffizienten der Lösung aus a), so dass die Randbedingungen (3) erfüllt sind.
-

Aufgabe 5 (5 Punkte)

Folgende Wahrscheinlichkeiten sind gegeben:

$$P(\overline{B}) = 0.4, \quad P(A \cap B) = 0.3, \quad P(A \cup B) = 0.8.$$

Sind die Ereignisse A und B unabhängig?

Aufgabe 6 (9 Punkte)

Ein zylindrisches Präzisionsteil besitze die gewünschte Qualität, wenn die Abweichung des Durchmessers vom Nennmaß μ dem Betrage nach nicht größer als 3.3mm ist. Der Herstellungsprozess sei so beschaffen, dass der Durchmesser des Teils eine $\mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$ -normalverteilte Zufallsgröße mit der Standardabweichung $\sigma = 3\text{mm}$ ist.

- a) Wieviel Prozent der Teile einer Serie werden durchschnittlich mit der gewünschten Qualität produziert?
- b) Wie groß darf die Standardabweichung sein, damit weniger als 10% Ausschuss entsteht?
-

Ausgewählte Werte der Verteilungsfunktion $\Phi_{0,1}(z)$ für die Standardnormalverteilung

z	,00	,01	,02	,03	,04	,05	,06	,07	,08	,09
1,0	,8413	,8438	,8461	,8485	,8508	,8513	,8554	,8577	,8529	,8621
1,1	,8643	,8665	,8686	,8708	,8729	,8749	,8770	,8790	,8810	,8830
1,2	,8849	,8869	,8888	,8907	,8925	,8944	,8962	,8980	,8997	,9015
1,3	,9032	,9049	,9066	,9082	,9099	,9115	,9131	,9147	,9162	,9177
1,4	,9192	,9207	,9222	,9236	,9215	,9265	,9279	,9292	,9306	,9319
1,5	,9332	,9345	,9357	,9370	,9382	,9394	,9406	,9418	,9492	,9441
1,6	,9452	,9463	,9474	,9484	,9495	,9505	,9515	,9525	,9535	,9545
1,7	,9554	,9564	,9573	,9582	,9591	,9599	,9608	,9616	,9625	,9633
1,8	,9641	,9649	,9656	,9664	,9671	,9678	,9686	,9693	,9699	,9706
1,9	,9713	,9719	,9726	,9732	,9738	,9744	,9750	,9756	,9761	,9767