

## Klausur

für bau, ernen, fmt, geod, mach, medtech, tema, umw, verf, verk

### Hinweise:

- Die **Bearbeitungszeit** beträgt **120 Minuten**.
- Bearbeitungen mit Bleistift oder Rotstift sind **nicht zulässig**.
- Erlaubte Hilfsmittel: 4 eigenhändig handbeschriebene Seiten DIN A4.
- Es sind vollständige Lösungswege mit allen notwendigen Begründungen abzugeben. Die Bearbeitung der Aufgaben erfolgt **auf gesondertem Papier. Jede Aufgabe ist auf einem neuen Blatt zu beginnen**.
- Die Klausureinsicht findet voraussichtlich in der Woche vom 21. bis zum 25. April 2014 statt. Details hierzu werden auf der Internet-Seite zur Veranstaltung bekanntgegeben. <http://www.mathematik.uni-stuttgart.de/studium/infomat/HM-Knarr-WS1314/>
- Die Prüfungsergebnisse können voraussichtlich ab dem 7. April 2014 über das Online-Portal LSF der Universität Stuttgart erfragt werden. <https://lsf.uni-stuttgart.de/>

### Wir wünschen Ihnen viel Erfolg.

#### Hinweis im Falle einer Wiederholungsprüfung

Falls diese Prüfung für Sie eine Wiederholungsprüfung ist, so ist für bestimmte Fachrichtungen in dieser Wiederholungsprüfung eine mündliche Nachprüfung eingeschlossen, wenn das Ergebnis des schriftlichen Teils schlechter als die Note 4,0 ausfällt.

Wird in Ihrem Fall eine mündliche Nachprüfung erforderlich, so müssen Sie am Mittwoch, dem 30. April, von 13 bis 14 Uhr bei Herrn Sanei, Zimmer V57.8.529, **persönlich** einen Termin dafür vereinbaren. Eine individuelle Benachrichtigung erfolgt nicht. Sie sind verpflichtet, sich rechtzeitig über das Ergebnis der schriftlichen Prüfung zu informieren und mit dem **Prüfungsamt** zu klären, ob Sie Anrecht auf eine mündliche Nachprüfung haben.

**Mit der Teilnahme an dieser Prüfung erkennen Sie diese Verpflichtung an.**

**Aufgabe 1:** (11 Punkte)

Gegeben ist der Körper  $K = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid 1 \leq x^2 + y^2 + z^2 \leq 4; \quad x, y, z \geq 0\}$ .

- (a) Geben Sie  $K$  in Kugelkoordinaten an.
- (b) Berechnen Sie das Volumen des Körpers  $K$ .
- (c) Berechnen Sie den Schwerpunkt von  $K$ .

**Aufgabe 2:** (6 Punkte)

Lösen Sie das Anfangswertproblem

$$y' = Ay, \quad y(0) = v,$$

wobei

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}, \quad v = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

**Aufgabe 3:** (2 Punkte)

Sei  $x = x(t)$ ,  $v = v(t)$  eine Lösung des Differentialgleichungssystems

$$x' = v, \quad v' = -v^3 - x,$$

und sei  $E = \frac{x^2 + v^2}{2}$ . Zeigen Sie, dass  $\frac{dE}{dt} \leq 0$ .

**Aufgabe 4:** (7 Punkte)

Bestimmen Sie die allgemeine Lösung der Differentialgleichung

$$y''(x) - 4y'(x) - 5y(x) = \cosh(x).$$

**Aufgabe 5:** (5 Punkte)

Lösen Sie das Anfangswertproblem

$$\begin{aligned} y'(x) + x^2 y(x) &= x^2 \\ y(0) &= 5. \end{aligned}$$

**Aufgabe 6:** (9 Punkte)

Die  $\frac{\pi}{2}$ -periodische Funktion  $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  sei gegeben durch

$$g(x) := -x; \quad x \in \left[-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}\right); \quad g(x) = g\left(x + \frac{\pi}{2}\right).$$

- (a) Entwickeln Sie  $g$  in eine reelle Fourier-Reihe.
- (b) Bestimmen Sie für alle  $x \in \mathbb{R}$  den Grenzwert der Fourier-Reihe.
- (c) Bestimmen Sie die reelle Fourier-Reihe von  $f(x) = \sin(8x)$ .