

## Klausur zur Höheren Mathematik III

für bau, ernen, fmt, geod, mach, medtech, tema, umw, verf, verk

Bitte beachten Sie die folgenden **Hinweise**:

- Die **Bearbeitungszeit** beträgt 120 Minuten.
- **Erlaubte Hilfsmittel**: 4 Seiten DIN A4 eigenhändig handbeschrieben.
- Bearbeitungen mit Bleistift oder Rotstift sind **nicht zulässig!**
- Es sind vollständige Lösungswege mit allen notwendigen Begründungen abzugeben. Die Bearbeitung der Aufgaben erfolgt **auf gesondertem Papier. Jede Aufgabe ist auf einem neuen Blatt zu beginnen.**
- Die Prüfungsergebnisse werden voraussichtlich ab dem 13.04.2015 über das Online-Portal LSF (<https://lsf.uni-stuttgart.de/>) bekanntgegeben.
- Die Klausureinsicht findet voraussichtlich in der Woche vom 20.04.2015 bis 24.04.2015 statt. Details hierzu werden auf der Internet-Seite der Veranstaltung bekannt gegeben.  
(<http://mathematik.uni-stuttgart.de/studium/infomat/HM-Knarr-WS1415/>)

VIEL ERFOLG!

### **Hinweise für Wiederholer:**

Studierende, die diese Prüfung als Wiederholungsprüfung schreiben, werden darauf hingewiesen, dass zu dieser Wiederholungsprüfung unter bestimmten Umständen eine mündliche Nachprüfung gehört, es sei denn, die schriftliche Prüfung ergibt mindestens die Note 4,0.

Wiederholer, bei denen eine mündliche Nachprüfung erforderlich ist, müssen vom **27.04.2015** bis **28.04.2015** jeweils zwischen 11:00 bis 13:00 Uhr mit Tilemachos Vassias (Raum 7.148) einen Termin vereinbaren. Eine individuelle schriftliche Benachrichtigung erfolgt nicht! Sie sind verpflichtet, sich rechtzeitig über das Ergebnis der schriftlichen Prüfung zu informieren und sich zum vereinbarten Zeitpunkt für die mündliche Nachprüfung bereitzuhalten.

Mit Ihrer Teilnahme an dieser Prüfung erkennen Sie diese Verpflichtungen an.

---

**Aufgabe 1** (10 Punkte) Es sei

$$S := \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid z = x^2 + y^2, z \leq 2\}.$$

- (a) (6 Punkte) Berechnen Sie den Flächeninhalt von  $S$ .  
(b) (4 Punkte) Berechnen Sie die Zirkulation des Vektorfelds  $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  längs  $\partial S$  mit

$$f(x, y, z) = (z + \sin^3(x), x - \cos^3(y), y + e^{2z}).$$

---

**Aufgabe 2** (4 Punkte) Lösen Sie folgendes Anfangswertproblem

$$\begin{aligned} \frac{y'}{x^3y - 2y} &= 5x, & x &> \frac{3}{2} \\ y(2) &= 5. \end{aligned}$$

---

**Aufgabe 3** (10 Punkte) Geben Sie alle reellen Lösungen folgender Differentialgleichung an

$$y'' - 6y' + 9y = 18 \sin(3x) + e^{3x}.$$

---

**Aufgabe 4** (6 Punkte) Gegeben ist das Differentialgleichungssystem

$$y' = Ay = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} y. \quad (1)$$

- (a) (4 Punkte) Bestimmen Sie die Eigenwerte der Matrix  $A \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$  und eine Basis des  $\mathbb{R}^3$  aus Eigenvektoren. Geben Sie damit ein Fundamentalsystem für das Problem (1) an.  
(b) (2 Punkte) Bestimmen Sie die Lösung des Differentialgleichungssystems zur Anfangsbedingung  $v = y(0) = (2, 0, 1)^T$ .
- 

**Aufgabe 5** (10 Punkte) Die  $2\pi$ -periodische Funktion  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  sei gegeben durch

$$f(x) := \pi x + \sin x, x \in [-\pi, \pi) \quad \text{und} \quad f(x + 2\pi) = f(x).$$

- (a) (1 Punkt) Skizzieren Sie  $f$  auf dem Intervall  $[-2\pi, 2\pi)$ .  
(b) (7 Punkte) Entwickeln Sie  $f$  in eine reelle Fourierreihe.  
(c) (2 Punkte) Bestimmen Sie für alle  $x \in \mathbb{R}$  den Grenzwert der Fourierreihe.
-