

**Bitte unbedingt beachten:**

- **Bearbeitungszeit:** 180 Minuten. Verlangt und gewertet werden **alle Aufgaben**.
- **Zugelassene Hilfsmittel:** 2 eigenhändig beschriebene DIN A4–Seiten sowie Zeichenmaterial. Nicht erlaubt sind insbesondere Bücher, Fotokopien und elektronische Rechengерäte.
- **Aufgabe 1:** Nur die Endergebnisse werden gewertet. Diese sind in die vorgegebenen Kästen einzutragen. Lösungsweg und Nebenrechnungen sind hier nicht verlangt und werden bei der Bewertung nicht berücksichtigt.
- **Aufgaben 2–8:** Alle Lösungswege und Begründungen sind anzugeben. Die Angabe von Endergebnissen allein genügt nicht! Verwenden Sie für Ihre Bearbeitungen separate Blätter und beginnen Sie jede Aufgabe auf einem neuen Blatt.
- Die folgenden Ableitungen, Stammfunktionen und Funktionswerte dürfen ohne Herleitung verwendet werden ( $a \neq 0$ ).

$f(x)$	$x^a$	$x \ln x - x$	$\sin x$	$\tan x$
$\frac{d}{dx} f(x)$	$a x^{a-1}$	$\ln x$	$\cos x$	$\frac{1}{\cos^2 x}$
$f(x)$	$e^x$	$\ln  x $	$\cos x$	$\arctan x$
$\frac{d}{dx} f(x)$	$e^x$	$\frac{1}{x}$	$-\sin x$	$\frac{1}{1+x^2}$

$x$	$\sin x$	$\cos x$
0	0	1
$\frac{\pi}{6}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$
$\frac{\pi}{4}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$
$\frac{\pi}{3}$	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$\frac{1}{2}$
$\frac{\pi}{2}$	1	0

- In der Klausur können insgesamt maximal **80 Punkte** erreicht werden.
- Die **Prüfungsergebnisse** werden voraussichtlich bis zum 30. 8. 2015 an das Prüfungsamt übermittelt und können dann über das Online–Portal LSF abgefragt werden.

VIEL ERFOLG!

**Hinweise für Wiederholer:**

Studierende, die diese Prüfung als Wiederholungsprüfung schreiben, werden darauf hingewiesen, dass zu dieser Wiederholungsprüfung unter bestimmten Voraussetzungen eine mündliche Nachprüfung gehört, es sei denn, die schriftliche Prüfung ergibt mindestens die Note 4,0.

Wiederholer, bei denen eine mündliche Nachprüfung erforderlich ist, müssen sich im Zeitraum vom 21. 9. 2015 bis zum 2. 10. 2015 in Raum V57.8.157 einen Termin hierfür geben lassen. Eine individuelle schriftliche Benachrichtigung erfolgt nicht! Sie sind verpflichtet, sich rechtzeitig über das Ergebnis der schriftlichen Prüfung zu informieren und sich ggf. zum vereinbarten Zeitpunkt für die mündliche Nachprüfung bereitzuhalten.

Mit Ihrer Teilnahme an dieser Prüfung erkennen Sie diese Verpflichtungen an.

Name, Vorname:

Matrikel-Nr.:

**Aufgabe 1** (je 2 Punkte): Berechnen Sie:

a)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - x^2 - 4}{x - 2} =$

b)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^4 - 3x^2 - 4}{x^4 + 3} =$

c)  $4 \sum_{k=1}^{\infty} \left(\frac{2}{3}\right)^k =$

d)  $\int_0^{\pi/2} \sin^4 x \cos x \, dx =$

e)  $2 \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} + 3 \begin{pmatrix} 0 & -2 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} =$

**Aufgabe 2** (5 + 5 Punkte): Bestimmen Sie die folgenden Integrale:

a)  $\int \left( \frac{x-1}{x+1} + e^{2x} \right) dx$

b)  $\int_0^1 (\sqrt{x} + x(x^2 + 1)^2) dx$

**Aufgabe 3** (6 Punkte): Bestimmen Sie die ersten beiden Ableitungen der Funktion

$$f(x) = \frac{1}{x+2} + xe^{2x}$$

und geben Sie das quadratische Taylor-Polynom von  $f$  um die Entwicklungsstelle  $x_0 = 0$  an.

**Aufgabe 4** (10 + 4 Punkte): Gegeben sei die Funktion

$$f(x) = \frac{1+x^2}{1-x^2}.$$

- a) Untersuchen Sie die Funktion  $f$  auf Nullstellen, Asymptoten und kritische Stellen. Geben Sie zu jeder Extremstelle den zugehörigen Funktionswert und den Typ des Extremums (Maximum oder Minimum) an.
- b) Skizzieren Sie den Graphen von  $f$  und zeichnen Sie die in **a)** berechneten Punkte und Asymptoten in Ihre Skizze ein.

---

**Aufgabe 5** (5 + 5 Punkte): Gegeben sei die Parabel

$$P : y = -x^2 + 6x - 5.$$

- a) Geben Sie die Tangente  $T$  an  $P$  an der Stelle  $x_0 = 2$  an und bestimmen Sie den Schnittpunkt von  $T$  mit der  $y$ -Achse.
  - b) Bestimmen Sie die Nullstellen von  $P$  sowie den Inhalt der zwischen  $P$  und der  $x$ -Achse eingeschlossenen Fläche.
- 

**Aufgabe 6** (5 + 5 Punkte): Die Gesamtkosten  $K$  eines Betriebs zur Herstellung von  $x$  Einheiten einer Ware seien

$$K(x) = 2x^2 + 10x + 32, \quad x > 0.$$

- a) Für welche Produktionsmenge  $x$  sind die Durchschnittskosten  $D(x) = \frac{K(x)}{x}$  minimal?
  - b) Die Erlösfunktion sei  $E(x) = 90x$ . Für welche Produktionsmenge  $x$  ist der Gewinn  $G(x) = E(x) - K(x)$  maximal, wenn vorausgesetzt werden kann, dass die hergestellte Ware vollständig verkauft wird?
- 

**Aufgabe 7** (5 + 5 Punkte): Gegeben seien

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad \vec{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}.$$

- a) Berechnen Sie  $B = AA^t$  sowie die Determinante von  $A$ .
  - b) Bestimmen Sie alle Lösungen des linearen Gleichungssystems  $A\vec{x} = \vec{b}$ .
- 

**Aufgabe 8** (5 + 5 Punkte): Gegeben sei die Funktion  $f(x, y) = x^2 + 2xy - 2y + 3y^2$ .

- a) Bestimmen Sie den Gradienten und die Hesse-Matrix von  $f$ .
  - b) Bestimmen Sie die kritische Stelle  $(x_0, y_0)$  von  $f$ , deren Typ (Maximum, Minimum oder Sattelpunkt) sowie den Wert  $f(x_0, y_0)$ .
-