

## Klausur zur Höheren Mathematik III

für bau, ernen, fmt, geod, mach, medtech, tema, umw, verf, verk

Bitte beachten Sie die folgenden **Hinweise**:

- Die **Bearbeitungszeit** beträgt 120 Minuten.
- **Erlaubte Hilfsmittel**: 4 Seiten DIN A4 eigenhändig handbeschrieben.
- Bearbeitungen mit Bleistift oder Rotstift sind **nicht zulässig!**
- Es sind vollständige Lösungswege mit allen notwendigen Begründungen abzugeben. Die Bearbeitung der Aufgaben erfolgt **auf gesondertem Papier. Jede Aufgabe ist auf einem neuen Blatt zu beginnen.**
- Die Prüfungsergebnisse werden voraussichtlich ab dem 11.04.2016 über das Online-Portal LSF (<https://lsf.uni-stuttgart.de/>) bekanntgegeben.
- Die Klausureinsicht findet voraussichtlich in der Woche vom 11.04.2016 bis 15.04.2016 statt. Details hierzu werden auf der Internet-Seite der Veranstaltung bekannt gegeben.  
(<http://mathematik.uni-stuttgart.de/studium/infomat/HM-Knarr-WS1516/>)

VIEL ERFOLG!

### Hinweise für Wiederholer:

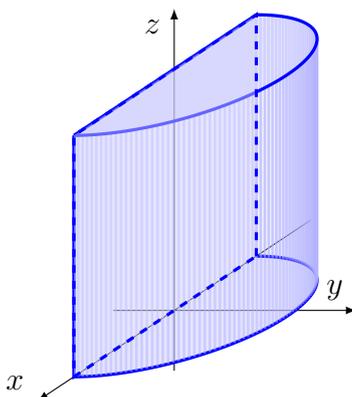
Studierende, die diese Prüfung als Wiederholungsprüfung schreiben, werden darauf hingewiesen, dass zu dieser Wiederholungsprüfung unter bestimmten Umständen eine mündliche Nachprüfung gehört, es sei denn, die schriftliche Prüfung ergibt mindestens die Note 4,0.

Wiederholer, bei denen eine mündliche Nachprüfung erforderlich ist, müssen vom **18.04.2016** bis **19.04.2016** jeweils zwischen 11:00 und 13:00 Uhr mit Fernando Gaspoz (Raum 7.154) einen Termin vereinbaren. Eine individuelle schriftliche Benachrichtigung erfolgt nicht! Sie sind verpflichtet, sich rechtzeitig über das Ergebnis der schriftlichen Prüfung zu informieren und sich zum vereinbarten Zeitpunkt für die mündliche Nachprüfung bereitzuhalten.

Mit Ihrer Teilnahme an dieser Prüfung erkennen Sie diese Verpflichtungen an.

**Aufgabe 1** (9 Punkte) Sei  $K$  der Halbzylinder

$$\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^2 \leq 16, y \geq 0, 0 \leq z \leq 4\}.$$



- (a) Wir betrachten Zylinderkoordinaten  $(r, \varphi, z)$ .  
Aus welchem Bereich sind  $(r, \varphi, z)$  zu wählen um eine Parametrisierung von  $K$  zu erhalten?

(b) Berechnen Sie die Divergenz des Vektorfeldes  $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  mit

$$f \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3x + 7y + z^3 + 12xy \\ 4x - y - \pi z + 4y^2x \\ e^{-x^2/2} \cdot e^{-y^2/2} \end{pmatrix}.$$

(c) Berechnen Sie den Ausfluss von  $f$  durch den Rand von  $K$ .

**Aufgabe 2** (3 Punkte) Lösen Sie das folgende Anfangswertproblem:

$$y' = \frac{x^2 + x}{\sin(y)}, \quad y(0) = \pi/2 \quad (y \in (0, \pi)).$$

**Aufgabe 3** (9 Punkte) Bestimmen Sie alle reellen Lösungen der folgenden Differentialgleichung:

$$y'' - 2y' - 3y = e^{3x} + 2 \sin(x).$$

**Aufgabe 4** (9 Punkte) Gegeben ist das Differentialgleichungssystem

$$y' = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix} y.$$

Bestimmen Sie die Lösung des Differentialgleichungssystems zur Anfangsbedingung

$$v = y(0) = (1, 0, 0)^T.$$

**Aufgabe 5** (10 Punkte) Es ist die  $2\pi$ -periodische Funktion  $f$  mit

$$f(x) = \begin{cases} \cos x, & x \in [-\pi, 0) \\ -\cos x, & x \in [0, \pi) \end{cases} \quad \text{und} \quad f(x + 2\pi) = f(x)$$

gegeben.

- (a) Skizzieren Sie  $f$  auf dem Intervall  $[-2\pi, 2\pi]$ .
- (b) Bestimmen Sie die reelle Fourier-Reihe von  $f$ .
- (c) Bestimmen Sie für alle  $x \in \mathbb{R}$  den Grenzwert der Fourierreihe.

*Hinweis:* Für  $x, y \in \mathbb{R}$  gilt:

$$\begin{aligned} \sin(x) \cdot \cos(y) &= \frac{1}{2}(\sin(x-y) + \sin(x+y)) \\ \cos(x) \cdot \cos(y) &= \frac{1}{2}(\cos(x-y) + \cos(x+y)) \\ \sin(x) \cdot \sin(y) &= \frac{1}{2}(\cos(x-y) - \cos(x+y)). \end{aligned}$$