

Klausur zur Höheren Mathematik III

für bau, ernen, fmt, geod, mach, medtech, tema, umw, verf, verk

Bitte beachten Sie die folgenden **Hinweise**:

- Die **Bearbeitungszeit** beträgt 120 Minuten.
- **Erlaubte Hilfsmittel**: 4 Seiten DIN A4 eigenhändig handbeschrieben.
- Bearbeitungen mit Bleistift oder Rotstift sind **nicht zulässig!**
- Es sind vollständige Lösungswege mit allen notwendigen Begründungen abzugeben. Die Bearbeitung der Aufgaben erfolgt **auf gesondertem Papier. Jede Aufgabe ist auf einem neuen Blatt zu beginnen.**
- Die Prüfungsergebnisse werden voraussichtlich ab dem 16.04.2018 über das Online-Portal Campus (<https://campus.uni-stuttgart.de/>) bekanntgegeben.
- Die Klausureinsicht findet voraussichtlich in der Woche vom 16.04.2018 bis 20.04.2018 statt. Details hierzu werden auf der Internet-Seite der Veranstaltung bekannt gegeben.
(<http://mathematik.uni-stuttgart.de/studium/infomat/HM-Knarr-WS1718/>)

VIEL ERFOLG!

Hinweise für Wiederholer:

Studierende, die diese Prüfung als Wiederholungsprüfung schreiben, werden darauf hingewiesen, dass zu dieser Wiederholungsprüfung unter bestimmten Umständen eine mündliche Nachprüfung gehört, es sei denn, die schriftliche Prüfung ergibt mindestens die Note 4,0.

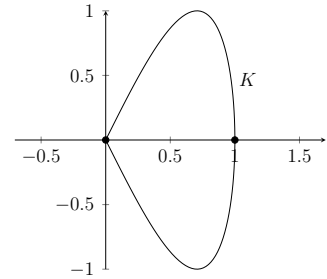
Wiederholer, bei denen eine mündliche Nachprüfung erforderlich ist, müssen vom **24.04.2018** bis **25.04.2018** jeweils zwischen 12:00 und 13:30 Uhr mit Anne-Laure Thiel (Raum 7.148) einen Termin vereinbaren. Eine individuelle schriftliche Benachrichtigung erfolgt nicht! Sie sind verpflichtet, sich rechtzeitig über das Ergebnis der schriftlichen Prüfung zu informieren und sich zum vereinbarten Zeitpunkt für die mündliche Nachprüfung bereitzuhalten.

Mit Ihrer Teilnahme an dieser Prüfung erkennen Sie diese Verpflichtungen an.

Aufgabe 1 (8 Punkte)

Es seien eine Kurve $K \subseteq \mathbb{R}^2$ mit Parametrisierung $C : [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}] \rightarrow \mathbb{R}^2$ und ein Vektorfeld $g : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ gegeben durch

$$C(t) := \begin{pmatrix} \cos t \\ \sin 2t \end{pmatrix}, \quad g(x, y) := \begin{pmatrix} -4y \\ 2x \end{pmatrix}.$$



(a) (3 Punkte) Berechnen Sie die Zirkulation $Z(g, K)$ von g längs K .

Hinweis: $\sin(2x) \sin x + \cos(2x) \cos x = \cos x$

(b) (1 Punkt) Berechnen Sie $\operatorname{rot} g$.

(c) (2 Punkte) Ermitteln Sie den Flächeninhalt des von K berandeten Gebietes S .

Hinweis: Benutzen Sie a) und b)

(d) (2 Punkte) Berechnen Sie den Ausfluss $A(g, K)$ von g durch K .

Aufgabe 2 (11 Punkte) Gegeben ist die Differentialgleichung

$$y^{(3)} - 2y^{(2)} + 4y' - 8y = x^2 + 1 + 2e^{2x}.$$

Bestimmen Sie alle reellen Lösungen der Differentialgleichung.

Aufgabe 3 (10 Punkte) Bestimmen Sie alle reellen Lösungen des Differentialgleichungssystems

$$y' = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 1 & 4 \end{pmatrix} y + \begin{pmatrix} e^{2x} \\ -e^{2x} \end{pmatrix}.$$

Aufgabe 4 (11 Punkte) Gegeben ist die 2π -periodische Funktion f mit

$$f(x) = \begin{cases} -2, & x \in (-\pi, -\frac{\pi}{2}) \\ -1, & x \in (-\frac{\pi}{2}, 0) \\ 1, & x \in (0, \frac{\pi}{2}) \\ 2, & x \in (\frac{\pi}{2}, \pi) \\ 0, & x \in \{-\pi, -\frac{\pi}{2}, 0, \frac{\pi}{2}\} \end{cases} \quad \text{und} \quad f(x + 2\pi) = f(x).$$

(a) (2 Punkte) Skizzieren Sie f auf dem Intervall $(-2\pi, 2\pi)$.

(b) (6 Punkte) Bestimmen Sie die reelle Fourier-Reihe von f .

Hinweis: Terme der Form $\cos(n\frac{\pi}{2})$ und $\sin(n\frac{\pi}{2})$ müssen ausgerechnet werden.

(c) (3 Punkte) Bestimmen Sie für alle $x \in [-\pi, \pi]$ den Grenzwert der Fourierreihe.