

Klausur zur Höheren Mathematik 2

für Ingenieurstudiengänge

Bitte beachten Sie die folgenden **Hinweise**:

- **Bearbeitungszeit:** 120 Minuten
- **Erlaubte Hilfsmittel:** Vier Seiten DIN A4 eigenhändig handbeschrieben.
- Bearbeitungen mit Bleistift oder Rotstift sind **nicht zulässig!**
- In **den Aufgaben 1 – 4** sind die vollständigen Lösungswege mit allen notwendigen Begründungen anzugeben. Die Bearbeitung dieser Aufgaben nehmen Sie bitte auf gesondertem Papier vor. Beginnen Sie jede Aufgabe auf einem neuen Blatt.
- In **den Aufgaben 5 – 9** werden nur die Endergebnisse gewertet. Diese sind in die vorgegebenen Kästen einzutragen. Nebenrechnungen sind hier nicht verlangt und werden bei der Bewertung nicht berücksichtigt.
- Folgende Ableitungen, Stammfunktionen und Funktionswerte können Sie ohne weitere Herleitung verwenden. Alle anderen Ableitungen und Stammfunktionen müssen begründet werden.

$f(x)$	x^a	e^x	$\sin(x)$	$\tan(x)$	$\sinh(x)$	$\operatorname{arsinh}(x)$
$\frac{d}{dx} f(x)$	$a x^{a-1}$	e^x	$\cos(x)$	$\frac{1}{(\cos(x))^2}$	$\cosh(x)$	$\frac{1}{\sqrt{x^2 + 1}}$
$f(x)$	b^x	$\ln x $	$\cos(x)$	$\arctan(x)$	$\cosh(x)$	$\operatorname{arcosh}(x)$
$\frac{d}{dx} f(x)$	$\ln(b) b^x$	$\frac{1}{x}$	$-\sin(x)$	$\frac{1}{1+x^2}$	$\sinh(x)$	$\frac{1}{\sqrt{x^2 - 1}}$

x	$\sin(x)$	$\cos(x)$
0	0	1
$\frac{\pi}{6}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$
$\frac{\pi}{4}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$
$\frac{\pi}{3}$	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$\frac{1}{2}$
$\frac{\pi}{2}$	1	0

$$a \in \mathbb{R} \setminus \{0\}, \quad b \in \mathbb{R}^+$$

- Die Prüfungsergebnisse werden voraussichtlich ab dem 07.04.2026 über das C@MPUS-Portal (<https://campus.uni-stuttgart.de/>) bekanntgegeben.

VIEL ERFOLG!

Hinweise für Wiederholer:

Studierende, die diese Prüfung als Wiederholungsprüfung schreiben, werden darauf hingewiesen, dass zu dieser Wiederholungsprüfung unter bestimmten Umständen eine mündliche Nachprüfung gehört, es sei denn, die schriftliche Prüfung ergibt die Note 4,0 oder besser.

Wiederholer, bei denen eine mündliche Nachprüfung erforderlich ist, müssen am **13.04.2026** in der Sprechstunde von Prof. Stroppel (Raum 7.323) einen Termin vereinbaren. Eine individuelle schriftliche Benachrichtigung erfolgt nicht! Sie sind verpflichtet, sich rechtzeitig über das Ergebnis der schriftlichen Prüfung zu informieren und sich zum vereinbarten Zeitpunkt für die mündliche Nachprüfung bereitzuhalten.

Mit Ihrer Teilnahme an dieser Prüfung erkennen Sie diese Verpflichtungen an.

Aufgabe 1 (5 Punkte) Gegeben seien die Funktionen

$$f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}: x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} \mapsto \frac{1}{2}x_1^2 + x_2^2 + 2x_3^2 + 26x_3 - 3,$$
$$g: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}: x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} \mapsto x_1 - 2x_2 - x_3,$$

sowie die Menge $\mathcal{G} = \left\{ x \in \mathbb{R}^3 \mid g(x) = 0 \right\}$.

(a) Berechnen Sie die Gradienten von f und g .

(b) Bestimmen Sie alle Kandidaten für Extremalstellen der Einschränkung $f|_{\mathcal{G}}$ von f auf $\mathcal{G}$.

Aufgabe 2 (4 Punkte)

(a) Berechnen Sie $\int_3^{+\infty} \frac{1}{(\ln(x) - 1)^2} \cdot \frac{1}{x} dx$.

(b) Weisen Sie mit Hilfe von (a) die Konvergenz der Reihe $\sum_{k=3}^{\infty} \frac{1}{k(\ln(k) - 1)^2}$ nach.

Aufgabe 3 (4 Punkte) Berechnen Sie folgendes Integral:

$$\int_{-e}^{-2} \frac{x^3 + x - 1}{x^4 + x^2} dx.$$

Aufgabe 4 (7 Punkte) Gegeben ist das Vektorfeld

$$f_{\alpha}: \mathbb{R}^+ \times \mathbb{R}^+ \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^3: \xi = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} \frac{\alpha z}{x} \\ \frac{z}{y} \\ \ln(x) + \ln(y) \end{pmatrix}$$

mit $\alpha \in \mathbb{R}$.

(a) Berechnen Sie die Rotation $\operatorname{rot} f_{\alpha} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$.

(b) Zeigen Sie, dass f_1 ein Potential besitzt, und berechnen Sie dieses.

(c) Berechnen Sie das Kurvenintegral $\int_K f_1(\xi) \bullet d\xi$ von f_1 entlang der durch

$$C: [1, 2] \rightarrow \mathbb{R}^3: t \mapsto \begin{pmatrix} t \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

parametrisierten Kurve K .

Name,

Vorname:

Matrikel-

Nummer:

Studien-

gang:

Aufgabe 5 (5 Punkte) Gegeben sei die Funktion $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}: x \mapsto x - \sin(x) \cos(x)$.

(a) Geben Sie die folgenden Ableitungen an.

$$f'(x) =$$

$$f''(x) =$$

(b) Geben Sie das Taylorpolynom der Stufe 2 im Entwicklungspunkt $x_0 = \frac{\pi}{4}$ an.

$$T_2\left(f, x, \frac{\pi}{4}\right) =$$

Aufgabe 6 (7 Punkte) Gegeben sei die Funktion $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}: x \mapsto \begin{cases} -2x - 1 & \text{falls } x \leq -1 \\ 2|x| - 1 & \text{falls } -1 < x < 2 \\ \frac{1}{2}x^2 & \text{falls } x \geq 2 \end{cases}$.

(a) Bestimmen Sie die folgenden Grenzwerte der Ableitung f' von f :

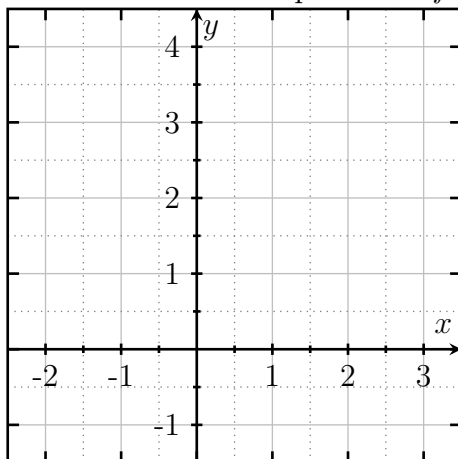
$$\lim_{x \rightarrow -1-0} f'(x) =$$

$$\lim_{x \rightarrow -1+0} f'(x) =$$

$$\lim_{x \rightarrow 2-0} f'(x) =$$

$$\lim_{x \rightarrow 2+0} f'(x) =$$

(b) Skizzieren Sie den Graphen von f im Bereich $-2 \leq x \leq 3$:



(c) Für welche $x \in \mathbb{R}$ ist f nicht stetig?

 $x \in$

(d) Für welche $x \in \mathbb{R}$ ist f nicht differenzierbar?

 $x \in$

