

Klausur Mathematik für Informatikstudiengänge 2

PD. Dr. A. Degeratu, PD. Dr. R. Häußling, M.Sc. M. Bitzer

23.03.2026

Lösungen

- Füllen Sie bitte den Umschlagbogen aus und schreiben Sie Ihren Namen auf jedes Blatt, das Sie abgeben. Vergessen Sie bitte nicht Ihre Unterschrift!
- Erlaubte Hilfsmittel sind:
Vier eigenhändig handbeschriebene doppelseitige DIN A4 Blätter.
- Die Bearbeitungszeit beträgt 90 Minuten.

Viel Erfolg!

Aufgabe 1. (10= 5+2+3 Punkte) Thema: Folgen und Reihen

(a) Bestimmen Sie die folgenden Grenzwerte (wenn diese existieren):

$$(i) \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+2)(2n-4)^2}{n^2+1}, \quad (ii) \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{2^n+3^n}.$$

Hinweise für (ii): Schätzen Sie die Folge geschickt nach oben und unten ab.

(b) Bestimmen Sie

$$\left\{ a \in \mathbb{R} \mid \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sin(a)^n}{n!} \text{ existiert und ist endlich} \right\}.$$

(c) Ermitteln Sie den Konvergenzradius der Potenzreihe

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{(3x)^n}{n^3}.$$

Aufgabe 2. (10= 1+2+3+4 Punkte) Thema: Stetigkeit und Differenzierbarkeit

Sei $D := \mathbb{R} \setminus \{(2k+1)\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$. Auf D sei die Funktion f definiert durch

$$f(x) = \frac{1}{1 + \cos(x)}$$

- (a) Begründen Sie, warum f auf D stetig ist.
- (b) Bestimmen Sie die erste Ableitung f' von f .
- (c) Berechnen Sie alle Extrempunkte von f sowie die Werte von f an den Extrempunkten.
- (d) Untersuchen Sie f auf Monotonie.

Aufgabe 3. (10= (4+1)+(3+2) Punkte) Thema: Stammfunktionen und Integrale

(a) Gegeben sei die Funktion $f(x) := \frac{x^3}{\sqrt{x^4+12}}$ für $x \in \mathbb{R}$.

(i) Bestimmen Sie eine Stammfunktion von $f(x)$.

(ii) Bestimmen Sie das Integral $\int_0^{\sqrt{2}} f(x) dx$.

(b) Gegeben sei die rationale Funktion $g(x) := \frac{8x}{x^2-2x-15}$.

(i) Bestimmen Sie die Partialbruchzerlegung von $g(x)$.

(ii) Bestimmen Sie eine Stammfunktion von $g(x)$.

Aufgabe 4. (10=2+4+1+3 Punkte) Thema: Partielle Ableitungen und lokale Extrema

Gegeben sei die Funktion $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ mit $f(x, y) = x^3 - 3x + y^2$.

- (a) Bestimmen Sie die partiellen Ableitungen $\frac{\partial f}{\partial x}(x, y)$ und $\frac{\partial f}{\partial y}(x, y)$ für alle $x, y \in \mathbb{R}$.
- (b) Bestimmen Sie die kritischen Punkte von f sowie die Werte von f an diesen kritischen Punkten.
- (c) Bestimmen Sie die Hesse-Matrix von f .
- (d) Bestimmen Sie für jeden kritischen Punkt, ob dort ein lokales Minimum oder Maximum vorliegt, oder kein lokales Extremum.

Aufgabe 5. (5 Punkte)

Sei $(a_n)_{n \in \mathbb{N}_0}$ eine konvergente Folge von reellen Zahlen. Zeigen Sie, dass der Grenzwert α der Folge eindeutig bestimmt ist.